1.138J/2.062J, PROPAGACIÓN DE ONDAS

Otoño 2000 MIT

Mitad de semestre. 24-31 de octubre de 2000

Debera observar estrictamente las siguientes reglas:

- Puede utilizar el material entregado en clase, sus propias notas y el trabajo realizado en casa. No utilice otras referencias, impresas o manuscritas.
- Si tiene alguna duda sobre las preguntas o el examen, diríjase únicamente a mí. No consulte a otras personas ni siquiera a efectos de clarificación del examen. En el caso de que las preguntas sean de interés general, yo informaré al resto de los estudiantes por correo electrónico.

1. Un tubo elástico recto de radio medio a que contiene un fluido incomprimible se comunica con un tubo bifurcado de igual radio. La bifurcación tiene una longitud finita $L >> a$ y está cerrada en el extremo final. Una onda incidente monocromática de frecuencia w se aproxima desde $x - \infty$. Halle las ondas transmitidas y reflejadas y las ondas en la bifurcación. Examine los efectos físicos de las diferentes frecuencias.

2. Una cuerda tensa y larga con una tensión uniforme T se apoya lateralmente en una base elástica no uniforme. Las elasticidades de la base son constantes en la Región 1 (K_1 en $-\infty < x < -a$) y en la Región 3 $(K_3$ in $a < x < \infty)$ con $K_1 \neq K_3$, y varían en el medio $K(x)$ en $(-a < x < a)$. Analice la difusión de unas ondas incidentales monocromáticas de frecuencia w desde $x \sim -\infty$.

i Derive la solución explícita para el caso simple donde $K = K_2$=constante en la sección media $-a < x < a$.

ii Para un valor $K(x)$ arbitrario, derive una identidad general en relación con los flujos de energía de las ondas incidentales, transmitidas y reflejadas.

iii Compruebe si su solución explícita para el caso especial satisface esta identidad.

3. Recuerde el ejercicio de la presa y el embalse de la tarea en casa num. 1. Un canal infinito de sección cruzada rectangular es un conducto acústico. El potencial de velocidad tridimensional $\phi(x, y, z)$ se rige por

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} \tag{1}$$

con las condiciones de frontera en los límites laterales.

$$\phi = 0, \quad y = 0 \tag{2}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial y} = 0, \quad y = -h, \tag{3}$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial z} = 0, \quad z = \pm a. \tag{4}$$

Tenga en cuenta las ondas que se propagan en dos dimensiones en la forma:

$$\phi = f(y)e^{i\alpha x - i\omega t} \tag{5}$$

Halle todas las soluciones posibles de $f(y)$ y los correspondientes valores de α, esto es, f_n, α_n con $n = 0, 1, 2, \cdots$. Analice las relaciones de dispersión entre w and α_n para todo n y las soluciones correspondientes.

4. Sonido bajo la superficie marítima. Las señales de sonido procedentes de un objeto submarino (un pez, un submarino) a menudo deben ser analizadas teniendo en cuenta factores medioambientales como las ondas de superficie, el lecho marino arenoso, las capas de hielo, etc. Tenga en cuenta una onda de sonido monocromático plana incidente sobre la superficie marítima desde abajo. La superficie del mar está cubierta por ondas de gravedad de una sola longitud de onda.

$$\zeta = \frac{A}{2}\left(e^{iKx} + e^{-iKx}\right) \tag{6}$$

Debido a su velocidad mucho más baja, la onda marítima aparece como estacionaria en relación con el sonido. Imponga la condición de presión cero en la superficie del mar,

$$p(x, z, t) = 0, \quad z = \zeta(x) \tag{7}$$

y asuma que la amplitud de las ondas de superficie es muy pequeña. *KA << 1*.

i Aproxime la condición de frontera (7) mediante la expansión de Taylor sobre la superficie marítima media:

$$p(x,\zeta,t) = p(x,0,t) + \zeta \frac{\partial p}{\partial z}\bigg|_{z=0} + \frac{\zeta^2}{2}\frac{\partial^2 p}{\partial z^2}\bigg|_{z=0} + \cdots \tag{8}$$

ii Intente una solución de perturbación

$$\phi = \phi_0 + \phi_1 + \phi_2 \cdots \tag{9}$$

$$p = p_0 + p_1 + p_2 \cdots \tag{10}$$

$$\vec{u} = \vec{u}_0 + \vec{u}_1 + \vec{u}_2 \cdots \tag{11}$$

en los órdenes ascendentes de *O(KA)* . En el orden principal la solución debería ser la del reflejo desde una superficie plana. Halle la solución.

iii Halle en el siguiente orden el sonido disperso por la agitada superficie marítima. ¿Cuáles son las propiedades de las ondas dispersas? Examine todas las direcciones posibles, números de ondas y amplitudes de las ondas dispersas.