**1.138J/2.062J, PROPAGACIÓN DE ONDAS**

Otoño 2000 MIT

Trabajo para casa núm. 2

Fecha de entrega: 28 de septiembre de 2000

**Describa en todos los ejercicios el significado físico de los resultados matemáticos. Utilice gráficos de apoyo a la explicación. Se recomienda utilizar Matlab o Maple.**

1. Lea la sección1. Capítulo 1, Notas.

Tenga en cuenta una cuerda de longitud infinita tensada con tensión $T$, $-\infty < x < \infty$ libre de cualquier soporte lateral. Una masa $M$ está sujeta a la cuerda en el origen. Demuestre primero que la ley de Newton para la masa requiere que

$$M\frac{\partial^2}{\partial t^2}V(0,t) = -T\frac{\partial}{\partial x}V_-(0-,t) + T\frac{\partial}{\partial x}V_+(0+,t), \quad t > 0. \tag{H.2.1}$$

donde $V_-$ representa el desplazamiento hacia el lado izquierdo ($x < 0$) y $V_+$ hacia el derecho ($x > 0$). Un impulso incidente de duración $T$ y longitud $L = cT$ llega desde $x \sim -\infty$. La onda incidente viene dada por:

$$V_i(x,t) = \begin{cases} \sin(\pi(t - x/c)/T), & t < 0, -L < x < 0, \\ 0, & t < 0; -\infty < x < -L, x > 0 \end{cases} \tag{H.2.2}$$

Observe que el frente del impulso llega al origen en el preciso momento en que $t = 0$, i.e., $V_i(0, 0) = 0$. Halle las ondas reflejadas y transmitidas y el movimiento de la masa.

2. Una barra cilíndrica semi infinita de sección cruzada uniforme $S$ está hecha de dos materiales. La constante elástica es $E_1$ en $0 < x < L$ y $E_2$ en $x > L$. Antes de que $t = 0$ la barra está libre de carga. Después de que $t = 0$ se aplica una fuerza de impulso en el extremo izquierdo $x = 0$. Específicamente, la fuerza total aplicada es:

$$F(0,t) = \begin{cases} F_o\sin(\pi t/T), & 0 < t < T, \\ 0, & t < 0, t > T \end{cases} \tag{H.2.3}$$

Halle el desplazamiento $u(x, t)$ en todas las direcciones despues de que $t > 0$. Asuma que $L > cT$.

3. Derive la ecuación linearizada para la propagación de ondas en una arteria en donde existe un flujo uniforme y firme de velocidad $U$. Puede comenzar por las ecuaciones (5.1), (5.5) y (5.6), capítulo 1, sea $u = U + u'$ with $u' << U$ y asuma que $U = O(c_o)$. Heurísticamente puede renunciar a productos como $O((a')^2, a'u', (u')^2)$, pero ha de retener términos como $O(Uu', Ua')$. Utilice argumentos de escala para hallar la condición para la linearización.

4. Tenga en cuenta ondas forzadas regidas por

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = h(x, t) \tag{H.2.4}$$

donde el forzamiento está limitado en espectro y duración de modo que $h$ es constante $h_o$ en una región triangular en el plano $x$ - $t$ y zero en otras regiones. El triángulo tiene la base $-L < x < L$ en $t = 0$ y el vértice en $t = L/c$. Halle la onda para todo $t > 0$ y $|x| < \infty$.