13.00 Introducción a la ciencia y tecnología oceánica
Soluciones del boletín de problemas 3

---

1. La solución para el componente x se realizó en clase; los otros dos componentes siguen el mismo procedimiento.

2. (a) Si no tenemos en cuenta la gravedad y suponemos que este es un problema bidimensional, las ecuaciones de Navier- Stokes se reducen a:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + u\frac{\partial u}{\partial x} + v\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho}\vec{\nabla}^2 u$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + u\frac{\partial v}{\partial x} + v\frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\mu}{\rho}\vec{\nabla}^2 v$$

En el ejemplo de los apuntes de clase, $v = 0$ y, en la segunda ecuación, todos los términos que dependen de la velocidad desaparecen. En la primera ecuación, la única velocidad diferente de cero es $u(y)$ y la única derivada de la velocidad diferente de cero es $\frac{\partial u}{\partial y} = U / h$. La revisión, por tanto, muestra que aquí todos los términos dependientes de la velocidad son también cero y, por consiguiente, es necesario que

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial y} = 0, p = \text{constante}$$

Distribución de la velocidad para distintos valores de *K*.

Esfuerzos cortantes para distintos valores de *K*.

(b) Todavía no existe un componente y de velocidad por la siguiente razón: las placas son tan extensas que no se da ningún tipo de variación en la dirección x, lo que significa que $\frac{\partial u}{\partial x} = 0$. De la ecuación de continuidad también se deduce por tanto que $\frac{\partial v}{\partial y}$. Dado que $v = 0$ en las dos placas y que no varía con x o y, debe ser cero en todas partes.

Por la misma razón, la parte izquierda de la primera ecuación es cero. No obstante, puede sobrevivir un término dependiente de la velocidad en la parte derecha:

$$0 = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{\rho}\vec{\nabla}^2 u = -\frac{1}{\rho}K + \frac{\mu}{\rho}\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}.$$

La solución general de esta ecuación diferencial es:

$$u(y) = \frac{K}{2\mu}y^2 + K'y + K''$$

donde *K´* y K´´ son constantes que deben determinarse por medio de condiciones de límite. En $y = 0$, $u = 0$, que de este modo requiere que $K' = 0$. En $y = h$, $u = U$, de lo que se concluye que:

$$K' = -\frac{Kh}{2\mu} + \frac{U}{h}$$

La propia distribución de velocidad viene dada de la forma siguiente:

$$u(y) = -\frac{Ky(h-y)}{2\mu} + \frac{Uy}{h}.$$

La fórmula muestra la distribución de velocidad para varios valores de *K*. Observe que para $K > 0$, el flujo generado por la distribución de la presión se da en dirección hacia la izquierda, lo contrario de lo que ocurre con el flujo de la placa en movimiento.

(c) El esfuerzo cortante en todas partes viene dado por

$$\tau_{xy} = \mu\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{K(h-2y)}{2} + \frac{\mu U}{h}$$

El primer término procede del gradiente de presión; en ningún caso depende de la viscosidad. El segundo término es el mismo que teníamos en el flujo ordinario de Couette sin gradiente de presión. En las dos placas, estos términos toman los valores

$$y = 0 : \tau_{yx} = -\frac{Kh}{2} + \frac{\mu U}{h};$$

$$y = h : \tau_{yx} = +\frac{Kh}{2} + \frac{\mu U}{h};$$

En la fórmula 3(c), las flechas muestran la dirección real del esfuerzo en cada caso, teniendo en cuenta los signos respectivos de *K*. Observe que, en el flujo de Couette, el esfuerzo cortante viene dado en ambas paredes por la misma fórmula, pero, en realidad, tiene direcciones opuestas (en este punto nos remitimos a las convenciones de los signos y direcciones del esfuerzo).

3.

(a) La pelota de béisbol que va en dirección norte tiene una velocidad inicial de $u = 0$, $v = 50 mph$ (80 Km/h) = 73,3 *ft/seg* (22,3 m/seg), $w = 0$. Suponga que el componente v en dirección norte es constante sobre la dirección x, du/dt, que viene dada por:

$$\frac{du}{dt} = fv, \text{ donde } f = 2\Omega \sin\phi = 2 \text{ x } 7{,}292 \text{ x } 10^{-5} \text{ x } 0{,}674$$

Ω se da en el Apéndice C de los apuntes de clase (pág. 140) y ϕ corresponde a la latitud de Boston. Si se sustituye este valor de f en la fórmula de la aceleración, tenemos:

$$\frac{du}{dt} = 0{,}982 \times 10 - 4 \times 73{,}3 = 72{,}0 \times 10^{-4} \frac{ft}{s^2}$$

El tiempo que requiere una pelota de béisbol para viajar 60 pies (18,2 m.) es $t = 60/73{,}3 = 0{,}8186\ s$. Durante este breve periodo de tiempo, su aceleración en la dirección normal es prácticamente constante y, por lo tanto, se desplaza la distancia siguiente perpendicular a su trayectoria primaria:

$$\Delta x = \frac{1}{2}\frac{du}{dt}t^2 = \frac{1}{2} \times 72{,}0 \times 10^{-4}\, ft/s^2 \times (0{,}8186s)^2 = 0{,}00241 ft = 0{,}03 in = 0{,}76 mm.$$

(b) Dado que el efecto Coriolis actúa siempre en dirección hacia la derecha en el hemisferio norte, si se lanza la pelota hacia el este se desviará hacia el sur, si se lanza hacia el sur se desviará al oeste y si se lanza hacia el oeste se desviará hacia el norte. La magnitud de desviación será la misma sin importar la dirección en la que se lance la pelota.

(c) Si se lanza la pelota hacia el norte desde Wellington, Nueva Zelanda, la magnitud de su desviación será la misma que en el apartado (a), puesto que Wellington se encuentra a la misma distancia del ecuador que Boston. Sin embargo, Wellington está situada en el hemisferio sur, por lo que la dirección de la desviación será en dirección hacia la izquierda, o, lo que es lo mismo, en dirección oeste.

(d) Quito se encuentra situada en el ecuador y, por supuesto, a una latitud de 0º. Por consiguiente, la aceleración de Coriolis es cero.

(e) Si se dobla la velocidad, también lo hace la aceleración de Coriolis y el tiempo de vuelo de la pelota se reduce a la mitad. El resultado es que la magnitud de la desviación queda reducida a la mitad y permanece en la misma dirección.