13.00 Introducción a la ciencia y tecnología oceánica
Boletín de problemas 3

---

1. Suponiendo que la viscosidad dinámica μ es constante y que el fluido es incompresible, lleve a cabo la sustitución de las relaciones constitutivas (ecuaciones 5.8a-f de la página 35 de los apuntes) en las ecuaciones 5.7a-c (también en la página 35) para producir las ecuaciones de Navier-Stokes (ecuaciones 5.9a-c de la página 35.)

Para facilitarle las cosas, le mostramos a continuación las ecuaciones 5.7a-c:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho(\vec{i} \cdot \vec{g}) + \left(\frac{\partial \tau_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} \right)$$
$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \rho(\vec{j} \cdot \vec{g}) + \left(\frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} \right)$$
$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \rho(\vec{k} \cdot \vec{g}) + \left(\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} \right)$$

2. La figura 5-3 de los apuntes de clase muestra lo que a menudo se denomina *flujo de Couette*. Se supone que las placas son bastante largas en la dirección *x*, de modo que no hay variación en ninguna de las variables en la dirección *x*. Además, al no existir flujo en la dirección *z*, no se existen variaciones en ella. Observe que la solución que se facilita en los apuntes, *u(y)* = *Uy/h*, tiene la propiedad de que no se da ningún deslizamiento entre el fluido y las placas; es decir, el fluido, en contacto con las placas, tiene la misma velocidad que las placas (se “fija” a ellas):

$$u = \frac{Uy}{h} \Longrightarrow \begin{cases} u = 0, \ y = 0 \\ u = U, \ y = h. \end{cases}$$

Esta es una condición de *contorno esencial* que debe cumplir siempre un fluido viscoso.

(a) Utilizando las ecuaciones de Navier-Stokes, muestre que la presión en dicho flujo de Couette debe ser una constante en todos los sitios. [No tenga en cuenta los efectos de la gravedad].

(b) A continuación, suponga que imponemos un gradiente de presión en el flujo de Couette, de tal forma que $\frac{\partial p}{\partial x}$ = *K*, una constante. ¿Cuál es, por tanto, la distribución de la velocidad? Realice el esquema para los distintos valores de *K*, tanto los positivos como los negativos. [Asegúrese de que su solución satisface las condiciones de contorno en las placas. Una vez más, no tenga en cuenta los efectos de la gravedad].

(c) Para el flujo de Couette con gradiente de presión, ¿cuál es el esfuerzo cortante T_{yx} en cada placa? En un esquema, muestre su dirección para los valores positivos y negativos de K.

Sugerencia: lea los tres primeros párrafos del apartado "Fuerza de superficie" (*Surface Force*) de las páginas 33-44 de los apuntes. La figura 5-1 puede resultarle especialmente útil.

3. Una pelota de béisbol viaja en dirección norte una distancia de 60 pies (18,28 metros) a una velocidad de 50 millas por hora (80,45 Km/h) en el parque Fenway, en Boston.

(a) Calcule la dirección y la magnitud de la deflexión de la pelota de béisbol producida por la aceleración de Cariolis.

(b) ¿En qué varía su respuesta a la pregunta (a) si la pelota se lanza en dirección este? ¿Y en dirección sur? ¿Y en dirección oeste?

(c) ¿En qué variaría su respuesta a la pregunta (a) si la pelota fuese lanzada en Wellington (Nueva Zelanda)?

(d) ¿En qué variaría su respuesta a la pregunta (a) si la pelota fuese lanzada en Quito (Ecuador)?

(e) ¿En qué varía su respuesta a la pregunta (a) si, en su lugar, la pelota se lanza a 100 millas por hora (160,9 Km/h)?

Nota: la latitud de Boston es aproximadamente de 42ºN, la latitud aproximada de Wellington, en Nueva Zelanda, es de 42ºS y la de Quito se sitúa aproximadamente en el ecuador.