

13.00 Introducción a la ciencia y tecnología oceánica

Soluciones del boletín de problemas 4

1. En un área restringida, la estructura de la superficie del mar viene dada por:

$$z = \zeta(x, y) = Axy$$

donde A es una constante. Suponga que la densidad ρ es uniforme por toda la región (incluso respecto a z) y que nos encontramos en el hemisferio norte.

- (a) Halle los componente horizontales de velocidad, $u(x, y, z)$ y $v(x, y, z)$ y muestre en un diagrama la apariencia que toma este movimiento.
- (b) Si suponemos que el parámetro de Coriolis f es constante sobre la región que nos interesa, ¿qué puede decir de $w(x, y, z)$?

Solución: (a) dado que la densidad es uniforme, la ecuación de z , (7.1c) mencionada en los apuntes, se puede integrar fácilmente:

$$p = -\rho g z + C,$$

donde C es una constante cuyo valor también podemos calcular en la superficie:

$$p(x, y, z) = -\rho g [z - \zeta(x, y)],$$

es decir, la presión es cero si $z = \zeta$. A partir de esta fórmula, podemos obtener el gradiente de la presión, que sustituiremos posteriormente en las ecuaciones geostroficas de flujo horizontal:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho g \frac{\partial \zeta}{\partial x} = \rho g A y = \rho f v;$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \rho g \frac{\partial \zeta}{\partial y} = \rho g A x = -\rho f u;$$

Un ligero reajuste nos proporciona:

$$u = -\frac{gAx}{f}; \quad v = \frac{gAy}{f}.$$

En el flujo resultante, el movimiento es un “flujo de esquina” en cada uno de los cuatro cuadrantes. (b) A partir de la ecuación de continuidad, sabemos que:

$$\frac{\partial w}{\partial z} = - \left[\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} \right].$$

13.00, otoño 2002, soluciones del boletín de problemas

Si f es una constante, la parte derecha de la ecuación es igual a cero, por lo que w es una constante que se puede calcular en la superficie. Dado que la superficie no experimenta ningún movimiento, no puede haber un componente de velocidad normal a ésta y w es necesariamente cero. (Si f no es una constante, provoca que las derivadas de la ecuación de continuidad sean distintas de cero y es posible que w sea distinta de cero).

2. Las medidas de temperatura y salinidad fueron obtenidas por medio del *R.V. Atlantis* en la corriente del Golfo en una serie de ubicaciones distintas a lo largo de un crucero desde Carolina del Norte hasta Bermuda en junio de 1955. Su objetivo en este problema es procesar los datos de dos de las ubicaciones:

- latitud 36,38 grados norte, longitud 73,75 grados oeste (file: one.dat), y
- latitud 36,25 grados norte, longitud 73,48 grados oeste (file: two.dat).

Los datos de estas ubicaciones desde la superficie hasta los 1000 metros de profundidad se presentan en la tabla de la página siguiente y están disponibles en el directorio /mit/13.00/exam de la taquilla del curso de athena. Puede asumir que no existe movimiento a 1000 metros de profundidad. Para su comodidad, se le proporcionan la densidad y la anomalía de volumen específico.

- (a) Procese los datos para calcular la velocidad geostrófica media en la dirección perpendicular a las dos estaciones en función de la profundidad. Si utiliza matlab, no olvide incluir una copia impresa completa de su programa. Trace la velocidad de la corriente e indique la dirección (por ej., norte / sur / este / oeste) en su diagrama.

Solución: vea los valores que se han incluido en las tablas y en los diagramas y comandos de matlab que se adjuntan. Debe tener cuidado al calcular la distancia entre las dos estaciones, ya que hay un cambio en las coordenadas este y norte. Resulta fiable utilizar el parámetro de Coriolis para la media de las dos latitudes.

El geopotencial es superior en la estación 2 que en la 1. Por lo tanto, el flujo va en “dirección hacia la derecha” si viaja de la estación 2 a la 1 y se dirigirá hacia el norte / noreste (la dirección de la corriente del Golfo).

- (b) Halle la pendiente de la superficie del agua entre las dos estaciones. Dibuje un esquema en el que muestre su definición de pendiente. ¿Cuál es la diferencial real de elevación de agua entre las dos estaciones?

13.00, otoño 2002, soluciones del boletín de problemas

Solución: la pendiente de la superficie viene dada por:

$$i = \frac{1}{g\rho} \left(\frac{\partial p}{\partial x} \right)_z = \frac{1}{g} \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)_p$$

(véanse (7.17) y (7.18) de los apuntes de clase). La superficie de presión constante en la que se va a evaluar la parte derecha es la propia superficie del océano. Como siempre, utilizamos una aproximación de diferencia finita para la derivada y restamos el “océano estándar,” por lo que $\Delta\Phi$ reemplaza a Φ . A partir de la solución de la parte (a), tenemos en la superficie $\Delta\Phi_1 = 9,927 \text{ m}^3 \text{ Kg}^{-1} \text{ Pa}$, y $\Delta\Phi_2 = 15,122$.

Por lo tanto, la pendiente de 1 y 2 es:

$$\begin{aligned} i_{12} &= \frac{\Delta\Phi_2 - \Delta\Phi_1}{g\Delta x} \\ &= \frac{15.122 - 9.927}{9.8 \times 28132} = 1.884 \times 10^{-5}. \end{aligned}$$

Por consiguiente, el aumento en la superficie es de 0,5301 m. = 53,01 cm. (la estación 2 se encuentra 53,01 cm. más elevada que la 1).

- (c) Calcule, a partir de los datos de que dispone, la velocidad del flujo en m^3/seg para esta parte de la corriente del Golfo cuando pasa entre estas dos ubicaciones. Si toda la corriente del Golfo tuviese el mismo perfil de velocidad que determinó a partir de este dato, ¿cuál calcula que sería la velocidad de flujo en m^3/seg para toda la corriente del Golfo? (300 Km. es un valor razonable para la anchura de dicha corriente). ¿Cree que la velocidad de flujo que calcule de esta forma es un valor preciso? En caso negativo, ¿cree que el valor es demasiado bajo o demasiado alto? ¿Por qué?

Para calcular la velocidad de flujo en m^3/seg , integre la velocidad en función de la profundidad y multiplíquela por la distancia entre las dos estaciones. Si se utiliza una regla trapezoidal para integrar el perfil de velocidad que se obtuvo en la parte (a.), conseguimos $908,2 \text{ m} \times \text{m}/\text{seg}$. Si se multiplica por la distancia entre las estaciones de 28132, obtenemos $25,5 \times 10^6 \text{ m}^3/\text{seg}$ para la velocidad de flujo entre las dos estaciones. Si extrapolamos esto a los 300 Km. de anchura de la corriente del Golfo, obtenemos $272,4 \times 10^6 \text{ m}^3/\text{seg}$. Este valor es demasiado grande debido a que los datos se han tomado de un lugar en el que la corriente del

13.00, otoño 2002, soluciones del boletín de problemas

Golfo es más fuerte, pero sigue siendo un valor “razonable”.

Estación 1						
Profundidad (m)	T (°C)	S (psu)	σ_t (kg/m ³)	δ (10 ⁻⁸ m ³ /kg)	$\delta\Delta p$ (Pa m ³ /kg)	$\Delta\Phi$ (Pa m ³ /kg)
0	26,00	36,21	1023,95	394,95	2,9835	9,9271
100	19,18	36,36	1026,02	201,74	1,6400	6,9436
200	13,87	35,80	1026,83	126,25	1,1281	5,3035
300	10,76	35,40	1027,13	99,36	0,9179	4,1754
400	8,56	35,14	1027,30	84,21	0,7677	3,2576
500	7,15	35,08	1027,46	69,32	0,6100	2,4899
600	5,55	35,03	1027,63	52,67	0,5136	1,8799
700	5,13	35,01	1027,67	50,03	0,4847	1,3663
800	4,73	35,00	1027,71	46,89	0,4539	0,8817
900	4,34	34,99	1027,74	43,87	0,4278	0,4278
1000	4,02	34,98	1027,77	41,68		0

Estación 2						
Profundidad (m)	T (°C)	S (psu)	σ_t (kg/m ³)	δ (10 ⁻⁸ m ³ /kg)	$\delta\Delta p$ (Pa m ³ /kg)	$\Delta\Phi$ (Pa m ³ /kg)
0	26,60	36,06	1023,64	423,80	3,5316	15,1222
100	22,98	36,62	1025,17	282,50	2,2783	11,5907
200	18,46	36,56	1026,35	173,16	1,7118	9,3123
300	17,85	36,46	1026,42	169,19	1,6852	7,6006
400	17,53	36,42	1026,47	167,85	1,4740	5,9153
500	13,13	35,70	1026,90	126,94	1,1860	4,4413
600	11,02	35,41	1027,09	110,24	1,0431	3,2553
700	9,56	35,25	1027,22	98,37	0,9107	2,2122
800	8,11	35,15	1027,37	83,77	0,7400	1,3015
900	6,47	35,10	1027,57	64,23	0,5614	0,5614
1000	4,82	35,03	1027,72	48,05		0

13.00, otoño 2002, soluciones del boletín de problemas

Cálculo de la velocidad del agua			
Profundidad (m)	$\Delta\Phi_1$ (Pa m ³ /kg)	$\Delta\Phi_2$ (Pa m ³ /kg)	V_{1-2} (cm/)
0	9,9271	15,1222	213,85
100	6,9436	11,5907	191,29
200	5,3035	9,3123	165,01
300	4,1754	7,6006	140,99
400	3,2576	5,9153	109,40
500	2,4899	4,4413	80,33
600	1,8799	3,2553	56,62
700	1,3663	2,2122	34,82
800	0,8817	1,3015	17,28
900	0,4278	0,5614	5,50
1000	0	0	0