Fotocopia 4 – Cobertura contra el riesgo cambiario

Guido Lorenzoni

20 de noviembre de 2005

Dos agentes, un vendedor de automóviles y un exportador de bebidas.

El vendedor de automóviles realizó un pedido de 10 vehículos a 10.000 euros cada uno. Los vehículos se consignarán y pagarán en 6 meses. El vendedor vende los automóviles a 12.000 USD cada uno. Supongamos que él sabe que se venderán todos los vehículos.

Los beneficios del vendedor serán

$$y_C = 12.000 * 10 - e * 10.000 * 10$$

donde e es el tipo de cambio euro/dólar en seis meses.

El exportador de bebidas compra 10.000 cajas de coca-cola a 10 dólares cada una y planea venderlas en el extranjero en 6 meses por 10 euros cada una. Los beneficios que obtendrá son

$$y_B = e * 10 * 10.000 - 10 * 10.000.$$

El tipo de cambio actual es $e_0 = 1$.

Hay dos "escenarios" o "estados del mundo": o el dólar se deprecia frente al euro y $\boldsymbol{e} = 1,2$ o bien el dólar no se deprecia y $e = 1$.

Ambos agentes atribuyen la probabilidad al acontecimiento "depreciación".

1 La demanda de contratos a plazo o "*forward*"

Sus beneficios en los dos estados son:

estado	1	2
e	1,2	1
y_C	0	20.000
y_B	20.000	0

Las preferencias de los dos agentes vienen dadas por la *función de utilidad esperada*

$$\pi u\left(c_1^j\right) + (1-\pi)\, u\left(c_2^j\right)$$

con $j = B$ o C. Aquí, es su consumo en el estado 1, y en el estado 2 (ambos expresados en dólares estadounidenses).

Sea u (.) una función cóncava. Recuerde que la concavidad de u (.) refleja el hecho de que los agentes son *reacios al riesgo.*

Los agentes tienen acceso a un *mercado a plazo fijo.* Pueden comprar o vender 1 unidades de moneda extranjera en 6 meses, a cambio de f unidades de moneda nacional, también en 6 meses.

Imagine que piensan en la siguiente estrategia financiera: comprar un contrato a plazo por x y luego vender los x euros que reciban dentro de seis meses. Las ganancias netas de esta estrategia financiera son

$$(e - \mathrm{f})\, x$$

dólares estadounidenses.

Por lo tanto, si siguen esta estrategia inicial, su consumo en 6 meses será

Observe que e_s depende del estado del mundo que exista dentro de 6 meses, mientras que f y x se eligen hoy.

Ahora, podemos escribir el problema del consumidor

$$\begin{array}{ll} \max & \pi u\left(c_1^j\right) + (1-\pi)\, u\left(c_2^j\right) \\ s.t. & c_1^j = y_1^j + (e_1 - f) * x \\ & c_2^j = y_2^j + (e_2 - f) * x \end{array}$$

Observe que, tras algo de álgebra, podemos volver a escribir las restricciones de presupuesto del consumidor del siguiente modo

$$c_1^j + \frac{e_1 - f}{f - e_2} c_2^j = y_1^j + \frac{e_1 - f}{f - e_2} y_2^j.$$

Lo que resulta similar al modelo tradicional de 2 bienes. El precio relativo de los bienes en los dos estados del mundo viene dado por y depende del tipo de cambio a plazo f al que realice las operaciones comerciales.

Otro modo de rescribir el problema es

$$\max_x \pi u\left(y_1^j + (e_1 - f)\, x\right) + (1-\pi)\, u\left(y_2^j + (e_2 - f)\, x\right)$$

Para este problema obtenemos las condiciones de primer orden

$$\pi\, (e_1 - f)\, u'\left(y_1^j + (e_1 - f)\, x\right) + (1-\pi)\, (e_2 - f)\, u'\left(y_2^j + (e_2 - f)\, x\right) = 0,$$

y a partir de aquí, si supiésemos la función de utilidad u podríamos derivar la demanda de contratos a plazo x.

Ejercicio 1 *Imagine que*

$$u(c) = \log(c)$$

demuestre que la demanda de contratos a plazo viene dada por

$$x^j = \pi \frac{y_2^j}{f - e_2} - (1 - \pi) \frac{y_1^j}{e_1 - f}$$

esta demanda: (1) disminuye en f, (2) aumenta in . Interprete estas dos propiedades.

2 Equilibrio

Ahora queremos hallar el tipo de cambio a plazo f que da un equilibrio en el mercado de contratos a plazo. Lo que significa que si C desea comprar euros a plazo, $x^C > 0$, entonces B necesita vender euros a plazo, $x^B < 0$ y

$$x^C = -x^B.$$

Quiero demostrar que un equilibrio del mercado a plazo implica que tenemos *seguro completo*, esto es, ambos agentes tienen un consumo estable, y consumen la misma cantidad en los dos estados

$$\begin{aligned} c_1^C &= c_2^C \\ c_1^B &= c_2^B \end{aligned}$$

Comencemos con esta suposición e insertémosla en las condiciones de primer orden del consumidor:

$$\begin{aligned} \pi (e_1 - f) u'\left(c_1^C\right) + (1 - \pi)(e_2 - f) u'\left(c_2^C\right) &= 0, \\ \pi (e_1 - f) u'\left(c_1^B\right) + (1 - \pi)(e_2 - f) u'\left(c_2^B\right) &= 0 \end{aligned}$$

Si el consumo es igual en los dos estados también lo son las utilidades marginales

$$\begin{aligned} u'\left(c_1^C\right) &= u'\left(c_2^C\right) \\ u'\left(c_1^B\right) &= u'\left(c_2^B\right) \end{aligned}$$

por lo que las condiciones de primer orden se satisfacen con tal de que

$$\pi (e_1 - f) + (1 - \pi)(e_2 - f) = 0$$

o

$$f = \pi e_1 + (1 - \pi) e_2.$$

Aún necesitamos comprobar que se satisfacen las restricciones de presupuesto de los dos agentes, lo que requiere que

$$c_1^j = c_2^j = \frac{y_1^j + \frac{e_1 - f}{f - e_2} y_2^j}{1 + \frac{e_1 - f}{f - e_2}}.$$

Por lo que los niveles de consumo de los dos consumidores son en general diferentes, pero *para cada consumidor* son iguales en los dos estados del mundo.

Ejercicio 2 Utilizando el resultado del ejercicio previo trace la demanda agregada de los contratos a plazo, $x^C + x^B$, en función del tipo de cambio a plazo *f*. Demuestre que $x^C + x^B = 0$ cuando $f =$ + (1) e_2. (Utilice = *1/2* y los valores de *y* y *e* dados anteriormente).

Por lo tanto, el tipo de cambio a plazo en esta economía es idéntico a la expectación matemática del tipo de cambio al contado *e*.

$$f = \pi e_1 + (1 - \pi)\, e_2$$

Básicamente, el mercado a plazo permite a los consumidores compartir de forma óptima el riesgo del tipo de cambio al que están expuestos.

Ejemplo 3 *Imagine que = 1/2, entonces tenemos el siguiente tipo de cambio a plazo*

$$f = \frac{1}{2}1.2 + \frac{1}{2}1 = 1.1$$

y los siguientes perfiles de consumo (en miles de dólares)

$$\begin{aligned} c^C &= 10 \\ 10 &= 0 + 10\% * x^C \\ 10 &= 20 - 10\% * x^C \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} c^B &= 10 \\ 10 &= 20 + 10\% * x^B \\ 10 &= 0 - 10\% * x^B. \end{aligned}$$

Observe que esto exige que

$$x^C = 100$$
$$x^B = -100$$

el vendedor de automóviles compre 100.000 euros a plazo del exportador de bebidas.

Ejemplo 4 *Ahora imaginemos que tenemos* = 1/4, *entonces tenemos el siguiente tipo de cambio a plazo*

$$f = \frac{1}{4}1.2 + \frac{3}{4}1 = 1.05$$

y consumo

$$\begin{aligned} c^C &= 15 \\ 15 &= 0 + 15\% * x^C \\ 15 &= 200 - 5\% * x^C \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} c^B &= 5 \\ 5 &= 20 + 15\% * x^B \\ 5 &= 0 - 5\% * x^B \end{aligned}$$

Observe que esto exige que

$$x^C = 100$$
$$x^B = -100$$

el vendedor de automóviles compre 100.000 euros a plazo del exportador de bebidas.

Interpretación: en ambos ejemplos transcurridos los seis meses el exportador de bebidas se lleva sus euros y se los da al vendedor de automóviles, para que pueda pagar por sus importaciones. En ambos ejemplos esta transacción elimina por completo el *riesgo del tipo de cambio*. En la práctica, ninguno de los dos agentes tiene que realizar operaciones comerciales en el mercado al contado, cuando uno necesita euros simplemente los obtiene del otro agente, por lo que están completamente aislados de los movimientos del mercado al contado.

Lo que hay que determinar es el precio al que realizarán esta transacción. En el primer ejemplo la depreciación del dólar es muy probable, por lo que el vendedor de automóviles tiene que pagar caro los euros a plazo que compra. En este caso su consumo es 10.000 dólares. En el segundo ejemplo la depreciación es menos probable y los euros a plazo son más baratos. En este caso su consumo es 15.000 dólares.