# Subastas 3:

# Desvíos del modelo IPV simétrico

**Sergei Izmalkov y Muhamet Yildiz**

## 1 IPV y equivalencia de ingresos: suposiciones clave

- Independencia de valores.
- Neutralidad de riesgo.
- Sin límite presupuestario.
- Simetría (misma regla de distribución).
- Otras consideraciones:
  - Colusión
  - Posibilidades de reventa

# 2 Licitadores aversos al riesgo

- Cada licitador tiene $u : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}$ con $u(0) = 0$, $u' > 0$, y $u'' < 0$

Propuesta: con licitadores asimétricos aversos al riesgo los ingresos esperados en una subasta de primer precio son mayores que en una de segundo precio.

Intuición: considere un licitador en la subasta de primer precio.

Reduciendo la puja $b$ actual en un $\Delta$, un licitador obtiene $\Delta$ cuando gana, pero aumenta la posibilidad de perder, lo que influye mucho en la utilidad esperada.

Resultado: puja más agresiva en la licitación de primer precio.

Sin cambio de estrategias en la licitación de segundo precio.

# 3 Licitadores limitados por el presupuesto

- Cada licitador obtiene valor (señal) $X_i \in [0, 1]$ y presupuesto absoluto $W_i \in [0, 1]$ .

- $(X_i, W_i)$ son iid en los licitadores ($X_i$ y $W_i$ no necesitan ser independientes).

Propuesta: con licitadores limitados por el presupuesto los ingresos esperados en una subasta de primer precio son mayores que en una de segundo precio (con tal que exista equilibrio simétrico).

Intuición: las pujas en una subasta de segundo precio son más altas de media y suelen estar limitadas.

(No suficiente: los participantes reducirán las pujas en la subasta de primer precio).

Prueba: en la subasta de segundo precio:

$$\beta^{\text{II}}(x, w) = \min\{x, w\}.$$

Defina $x^{\text{II}} \sim (x, w)$ como la solución a:

$$\beta^{\text{II}}(x, w) = \beta^{\text{II}}(x^{\text{II}}, 1) = x^{\text{II}}$$

Sea $Y_2^{\text{II}(N)}$ el segundo más alto de los valores equivalentes $x_i^{\text{II}}$ entre $N$ licitadores. Su distribución es

$$G^{\text{II}}(z) = \left(F^{\text{II}}(z)\right)^{N-1}$$

donde $F^{\text{II}}(z)$ es la probabilidad de que ß$^{\text{II}}(x, w)$ = ß$^{\text{II}}(x^{\text{II}}, 1)$ $x^{\text{II}} < z = \beta^{\text{II}}(z, 1)$.

Tenemos

$$E[R^{\text{II}}] = E\left[Y_2^{\text{II}(N)}\right]$$

En la subasta de primer precio: suponga que existe un equilibrio simétrico en aumento con

$$\beta^{\text{I}}(x, w) = \min\{\beta(x), w\}.$$

Defina $x^{\text{I}} \sim (x, w)$ como la solución a:

$$\beta^{\text{I}}(x, w) = \beta^{\text{I}}(x^{\text{I}}, 1) = \beta(x^{\text{I}}) < x^{\text{I}}.$$

Sea $Y_2^{\text{I}(N)}$ el segundo más alto de los valores equivalentes $x_i^{\text{I}}$ entre $N$ licitadores. Su distribución es

$$G^{\text{I}}(z) = \left(F^{\text{I}}(z)\right)^{N-1}.$$

Tenemos

$$E[R^{\text{I}}] = E\left[Y_2^{\text{I}(N)}\right]$$

Vea que $F^{\text{I}}(z) < F^{\text{II}}(z)$, y así

$$E[R^{\text{I}}] > E[R^{\text{II}}].$$

Las subastas *Todos pagan* dominan a las de primer precio en términos de ingresos generados para el vendedor.

# 4 Licitadores asimétricos

- El teorema de la equivalencia de ingresos se aplica sólo a mecanismo (equilibrio) con la misma regla de distribución.
- La licitación de segundo precio es eficaz.
- La licitación de segundo precio generalmente no.
  - El licitador más débil pujará más alto.
- No hay clasificación de ingresos generales.

# 5 Reventa (y eficacia)

- Intuición: si la reventa es posible, los licitadores de bajo precio pujarán más fuerte: los ingresos del vendedor deberían ser mayores.

  Contraargumento: los licitadores de alto valor pujarán menos, y posiblemente no revelarán sus valores a través de la licitación en el primer periodo.
- Si el resultado es eficaz tras la reventa (no se revela nueva información de modo exógeno) se mantiene la equivalencia de ingresos.
- Licitación de segundo precio con reventa: eficaz, no tiene lugar reventa.
- Licitación de primer precio con reventa: ineficaz por lo general (asimetría), los valores no se revelan en el primer periodo.

# 6 Colusión

Muy breve:

- Generalmente modelado como anillos de licitación.

Un anillo de licitación es una colección de licitadores que intercambian información, deciden sobre la participación en la subasta (quién y cómo puja), y deciden sobre transferencias.

Análisis: estabilidad de un anillo (coalición), efectos sobre los otros licitadores y el vendedor. Medidas compensatorias por parte del vendedor.

- Licitación de segundo precio.

Un grupo de licitadores intercambia información (realizan una subasta entre ellos), el ganador va a la subasta principal y puja su valor, otros no van o pujan 0.

El anillo obtiene (en caso de ganar)

$$\max\left\{Y_1^{\mathcal{N}\setminus i}, r\right\} - \max\left\{Y_1^{\mathcal{N}\setminus \mathcal{I}}, r\right\}$$

donde $i$ es el ganador y $\mathcal{I}$ es el anillo.

Relativamente fácil de apoyar. ningún licitador del anillo puede ir (incógnito) a la subasta principal y obtener un beneficio.

El vendedor podría responder fijando un precio de reserva más alto.

- Licitación de primer precio.

Más o menos la misma estructura. Ahora, sin embargo, un licitador "representativo" puede enviar a un "amigo" que puje por encima de él, y así se lleve todo el botín sin compartirlo entre los miembros del anillo.

# 7 Valores interdependientes (comunes)

- **Cada licitador recibe la señal privada** $X_i \in [0, w_i]$. $(w_i = \infty$ es posible$)$.

- $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ **se distribuyen conjuntamente de acuerdo a un conocido común** $F$ $(f > 0)$.

-

$$V_i = v_i(X_1, X_2, \ldots, X_n).$$

$$v_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) \equiv E\left[V_i \mid X_j = x_j \text{ para todo } j\right].$$

**Se asume por lo general que las formas funcionales** $\{v_i\}_{i=1}^{N}$ **son conocidas.**

- $v_i(0, 0, \ldots, 0) = 0$ y $E[V_i] < \infty$.

- **Caso simétrico:**

$$v_i(x_i, \mathbf{x}_{-i}) = v(x_i, \mathbf{x}_{-i}) = v(x_i, \pi(\mathbf{x}_{-i})).$$