14.126 Boletín de ejercicios 1 – Teoría de juegos

Para entregar en la clase 10

1. Sea $\dot{\succsim}$ una probabilidad cualitativa sobre S. Demuestre que los siguientes enunciados son ciertos:

   (a) Si $B \supseteq C$, entonces $B \dot{\succsim} C$.

   (b) Si $C \dot{\succ} \emptyset$ y $B \cap C = \emptyset$, entonces $B \cup C \dot{\succ} B$.

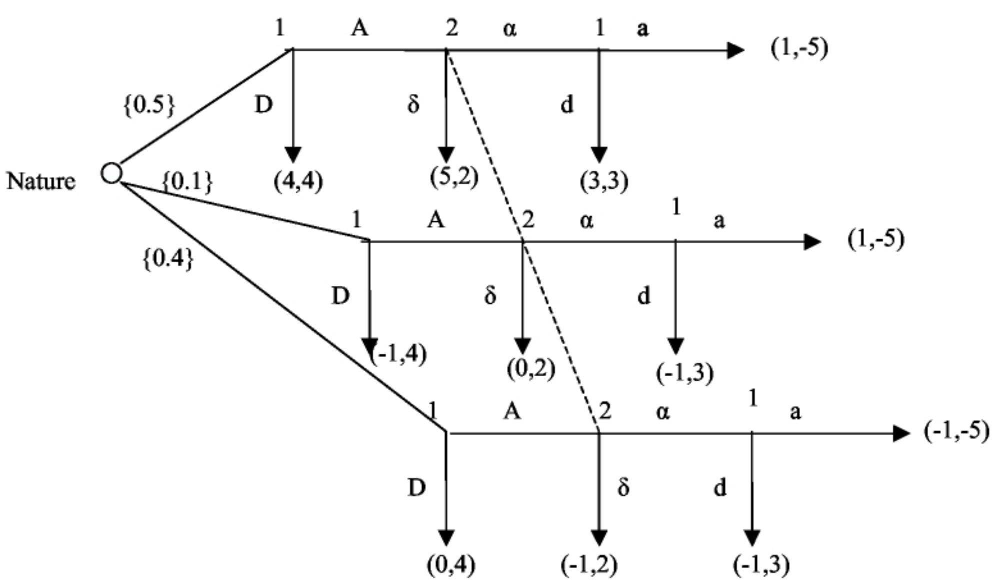
   (c) $B \dot{\succsim} C \iff C^c \dot{\succsim} B^c$, donde $\cdot^c$ se define a través de $A^c = S \setminus A$.

   (d) Si $B_1 \dot{\succsim} C_1$, $B_2 \dot{\succsim} C_2$, y $B_1 \cap B_2 = \emptyset$, entonces $B_1 \cup B_2 \dot{\succsim} C_1 \cup C_2$.

   (e) Si $B \dot{\succsim} B^c$ y $C^c \dot{\succsim} C$, entonces $B \dot{\succsim} C$.

   (Estos ejercicios han sido extraídos de Savage, *Foundation of Statistics,* 1954. Allí podrá encontrar sugerencias sobre algunos de ellos.)

2. Calcule todos los equilibrios secuenciales en el siguiente juego.



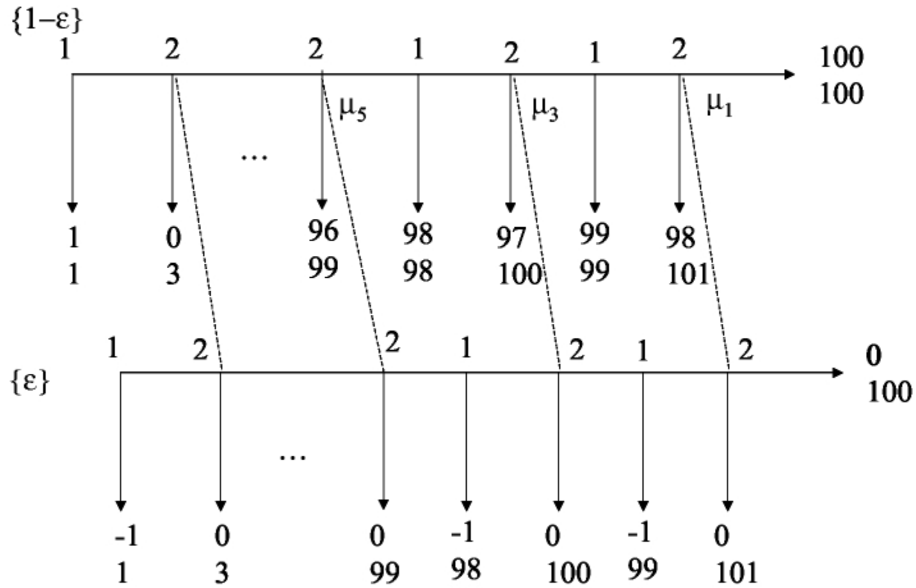
3. Calcule todos los equilibrios correlacionados en el siguiente juego.

	L	M	R
T	2,1	1,1	1,2
m	1,1	1,1	1,1
B	1,2	1,1	2,1

4. Tenemos un vendedor y un comprador. El vendedor posee un objeto. El valor del objeto es 0 para el vendedor y $b > 0$ para el comprador. Si el comprador compra el objeto en tiempo t por un precio p, los beneficios para el comprador y el vendedor serán pe^{-rt} y $(b - p)\, e^{-rt}$, respectivamente, donde k > 0. Cada jugador intenta maximizar su propio beneficio esperado. El intercambio tiene lugar en unidades de tiempo diferenciadas $\Delta 2\Delta ..., n\Delta$ donde $\Delta > 0$ es exageradamente pequeño. En cada $n\Delta$, el vendedor fija un precio p_n y el comprador decide si comprar o no a ese precio p_n. Salvo b, todo lo demás es conocido.

   (a) Suponga que b es conocido. ¿Cuál es el equilibrio de subjuego perfecto? ¿Qué ocurre a medida que $\Delta \to 0$?
   (b) Suponga que b sólo lo conoce el comprador; el vendedor cree que $b = 2$ con probabilidad 0,99, y $b = 1$ con probabilidad 0,01, y todos estos son conocidos. ¿Cuál es el equilibrio secuencial? ¿Qué ocurre a medida que $\Delta \to 0$? Para valores suficientemente pequeños de Δ, ¿cómo cambiaría su respuesta si los jugadores negociasen utilizando ofertas alternativas?[1]
   (c) Imagine ahora que el comprador no conoce lo que piensa el vendedor: b sólo lo conoce el comprador; el vendedor (i) cree que $b = 2$ con probabilidad 0,99, y $b = 1$ con probabilidad 0,01, o (ii) está seguro de que $b = 2$. El comprador cree que lo anterior es cierto con probabilidad 0,99. Todo esto es conocido. ¿Puede construir un equilibrio secuencial?

5. Para cada $\varepsilon \in [0,1]$, sea $a(\varepsilon)$ la primera vez que un jugador juego "hacia abajo" con probabilidad positiva en el equilibrio secuencia único del siguiente juego. Calcule a en función de ε, y trácelo utilizando un programa informático.



[1] Esto es, el comprador y el vendedor fijan los precios en fechas pares e impares, respectivamente. En $n\Delta$ un jugador establece un precio p_n y el otro decide si comerciar con ese precio.