Subastas 4:

Subastas multi-unidad de valores interdependientes

(clases parciales)

Sergei Izmalkov y Muhamet Yildiz

1 Valores (comunes) interdependientes.

- **Cada postor recibe señal privada** $X_i \in [0, w_i]$. ($w_i = \infty$ es posible)

- $(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ **están distribuidos conjuntamente de acuerdo con un conocido** F $(f > 0)$.

$$V_i = v_i(X_1, X_2, \ldots, X_n).$$

$$v_i(x_1, x_2, \ldots, x_n) \equiv E\left[V_i \mid X_j = x_j \text{ para todo } j\right]$$

Por lo general se asume que las formas funcionales $\{v_i\}_{i=1}^{N}$ **son conocidas.**

- $v_i(0, 0, \ldots, 0) = 0$ y $E[V_i] < \infty$.

- **Caso simétrico:**

$$v_i(x_i, \mathrm{x}_{-i}) = v(x_i, \mathrm{x}_{-i}) = v(x_i, \pi(\mathrm{x}_{-i})).$$

2 Breve análisis

- Valores comunes / Valores privados / Valores afiliados / Valores interdependientes.
- La maldición del ganador.
- Licitación de segundo precio: sistema pivote: pujo lo que obtengo si gano marginalmente.
- Licitación de primer precio: análisis "usual" – ecuación diferencial, ...
- Subasta inglesa: ver más adelante.
- Clasificación de ingresos: inglés > SPA > FPA.

  (!) Interdependencia y afiliación son importantes para la primera parte.

3 Licitación de segundo precio

Defina

$$v(x, y) = E\left[V_1 \mid X_1 = x,\ Y_1 = y\right]$$

Estrategia de equilibrio

$$\beta^{\mathrm{II}}(x) = v(x, x).$$

En verdad,

$$\begin{aligned} \Pi(b, x) &= \int_0^{\beta^{-1}(b)} (v(x, y) - \beta(y))\, g(y|x) dy \\ &= \int_0^{\beta^{-1}(b)} (v(x, y) - v(y, y))\, g(y|x) dy. \end{aligned}$$

Π se maximiza al elegir $\beta^{-1}(b) = x$, esto es $b = \beta(x)$

4 Ejemplo

1. **Suponga que** S_1, S_2 **y** T **están distribuidos uniforme e independientemente sobre [0,1]. Hay dos participantes** $X_i = S_i + T$. **El objeto tiene un valor común:**

$$V = \frac{1}{2}(X_1 + X_2).$$

2. **En este ejemplo, en la licitación de primer precio:**

$$\beta^{\mathrm{I}}(x) = \frac{2}{3}x, \qquad E[R^I] = \frac{7}{9}.$$

3. **En la licitación de segundo precio** $v(x,y) = \frac{1}{2}(x+y)$ **y así:**

$$\beta^{\mathrm{II}}(x) = x, \qquad E[R^I] = \frac{5}{6}.$$

5 Principio de conexión

Defina

$$W^A(z,x) = E\left[P(z) \mid X_1 = x,\ Y_1 < z\right]$$

precio esperado pagado por el ganador cuando recibe la señal x **pero puja** z.

Propuesta: (principio de conexión):

Sean A **y** B **dos formas de subasta en las que gana la puja más alta y solamente paga una cantidad positiva. Suponga que en ambas formas existe equilibrio simétrico y en aumento. Suponga también que:**

1. **para todo** x, $W_2^A(x,x) \geq W_2^B(x,x)$.
2. $W^A(0,0) = W^B(0,0) = 0$.

Entonces, la ganancia esperada en A **es al menos tan grande como la esperada en** B.

Así, cuanta mayor conexión haya entre la propia información de un participante y cómo considera que los otros van a pujar, mayor es el precio esperado que se paga al ganador.