Inducción hacia adelante, señalización y reputación

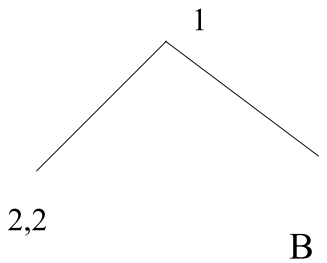
14.126 Teoría de juegos
Sergei Izmalkov y Muhamet Yildiz

Mapa de ruta

1. Inducción hacia adelante
2. Juegos de señalización
    1. equilibrio secuencial
    2. criterios intuitivos
3. Reputación
    1. La paradoja de los grandes almacenes, juegos finitos repetidos
    2. Juego del ciempiés con información incompleta
    3. Juego repetido finito de entrada diferida con información incompleta.

Inducción hacia adelante

La batalla de los sexos con opciones exteriores



	B	S
B	3,1	0,0
S	0,0	1,3

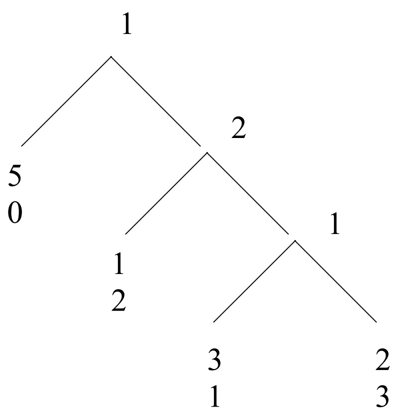
Inducción hacia adelante

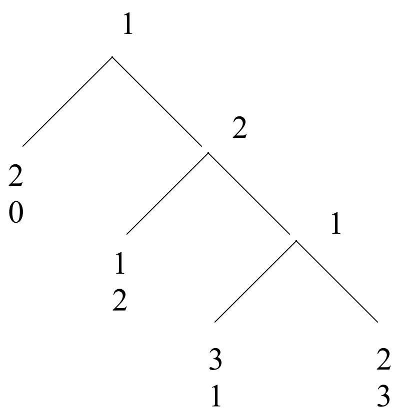
- Hay que interpretar las acciones como resultados de elección consciente incluso las que están fuera del curso normal.
- Criterio intuitivo
- Teorías falsas

Creencia firme en la racionalidad

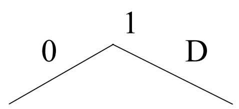
En cualquier historial del juego, se asume que cada agente es racional si es posible. (Esto es, si hay dos estrategias s y s' de un jugador i que son coherentes con un historial del juego, y si s es estrictamente dominada pero s' no, en este historial ningún jugador j cree que i juega s.)

Ejemplos





Quemar dinero



	B	S
B	3,1	0,0
S	0,0	1,3

	B	S
B	2,1	-1,0
S	-1,0	0,3

	BB	BS	SB	SS
0B				
0S				
DB				
DS				
O	T	H	E	R

Tabla para el juego de subasta

$U_i = 20(2+2\min_j bid_j - bid_i)$

min / bid	1	2	3
1	60	-	-
2	40	80	-
3	20	60	100

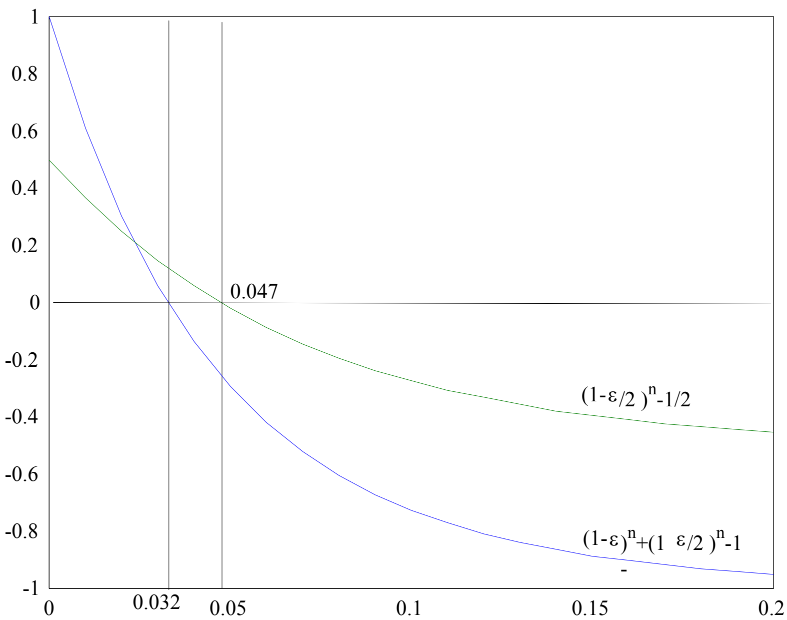
Equilibrio Nash del juego de subasta

- 3 equilibrios: s^1 = todos juegan 1; s^2 = todos juegan 2; s^3 = todos juegan 3.
- Asuma que los jugadores tiemblan con la posibilidad de que $\varepsilon < 1/2$ y juegan cada estrategia no planeada w.p. $\varepsilon/2$. p. ej. w.p. $\varepsilon/2$, piensan que se va a jugar otro equilibrio

  - s^3 es un equilibrio si y sólo si

  - s^2 es un equilibrio si y sólo si

  - s^1 es un equilibrio si y sólo si



Juego de subasta con tarifa de entrada

Cada jugador decide primero si jugar en el juego de subasta (E o X); si juega, ha de pagar una tarifa p > 60.

Bid \ min	1	2	3
1	60	-	-
2	40	80	-
3	20	60	100

Por cada m =1,2,3, $\exists$ SPE: (m,m,m) se juega en la subasta y los jugadores juegan si y sólo si $20(2+m) \geq p$.

Inducción hacia adelante: cuando $20(2+m) < p$, (Em) es estrictamente dominada por (Xk). Tras E, ningún jugador asignará probabilidad positiva a una puja mínima $\leq$ m. Equilibrio FI: (Em,Em,Em) donde $20(2+m) \geq p$.

¿Y si hay una licitación antes de la puja?

Señalización

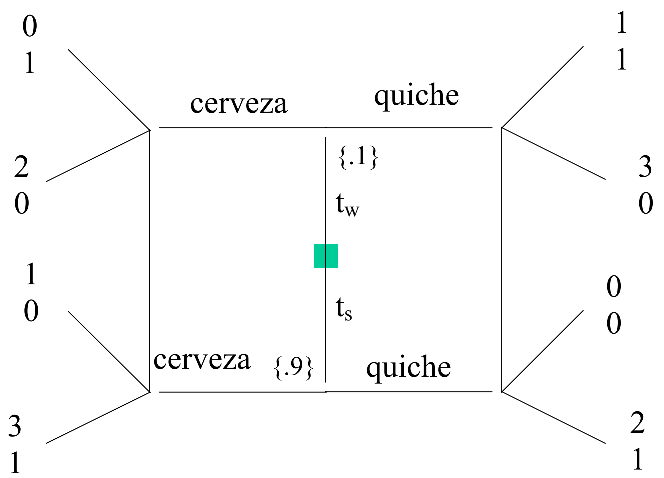
Modelo

- Jugadores: (S)ender, (R)eceiver

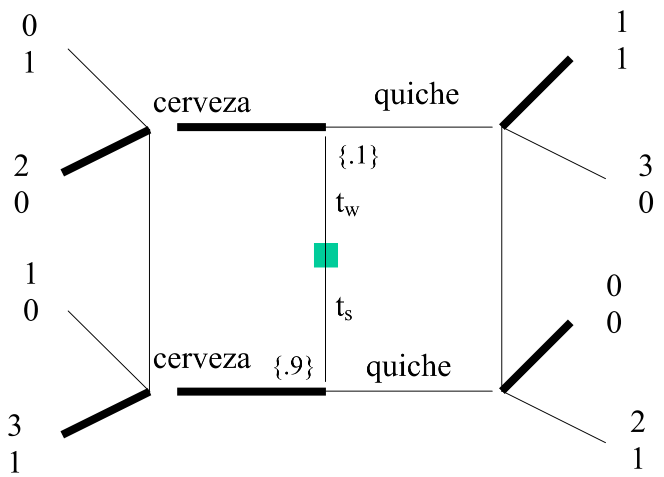
1. La naturaleza selecciona t de T – la distribución de probabilidad es π
2. S observa t, y envía mensaje m de un conjunto M;
3. R observa m – pero no t – y realiza la acción *a*;
4. S obtiene $U^S(t,m,a)$ y R obtiene $U^R(t,m,a)$.

Esto es sabido por todos.

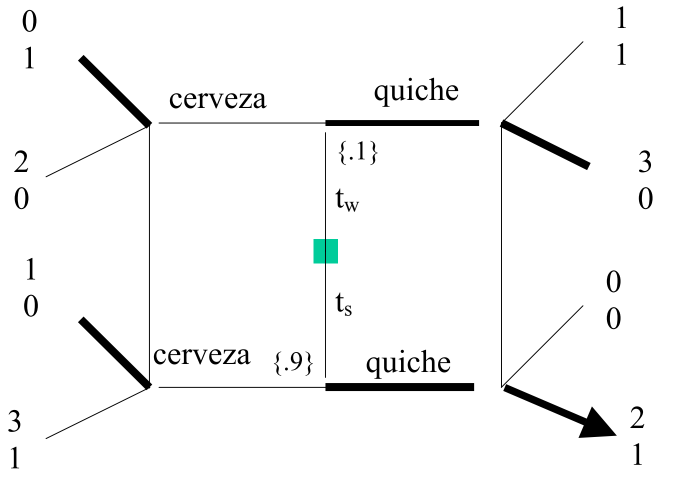
Cerveza - Quiche



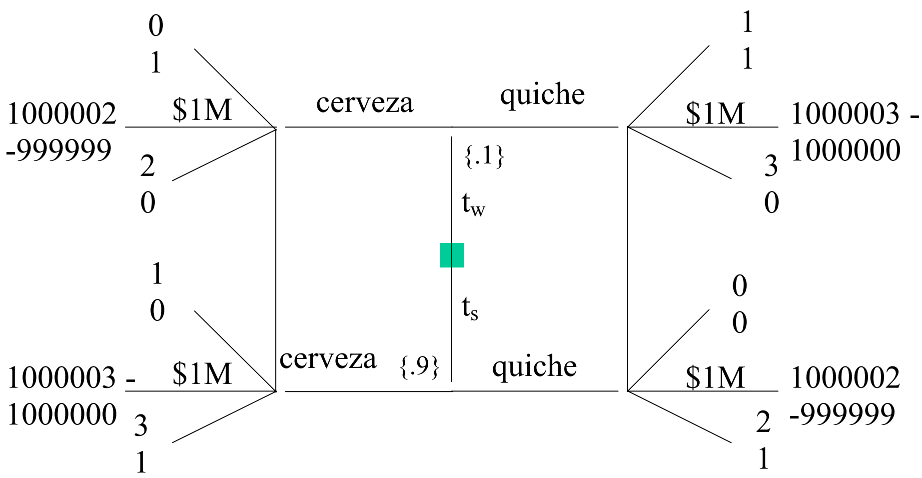
Buen equilibrio



Mal equilibrio



Cerveza - Quiche - M



Cho -- Kreps

- T(m); M(t); A(m)
- El conjunto de acción es finito;
- ρ(m;t) = probabilidad de que t envíe m
- ϕ(a;m) = probabilidad de que R elija a,
- $BR(\mu, m) = \arg\max_{a\in A(m)} \sum_{t\in T(m)} U^R(t,m,a)\mu(t)$
- Para el subconjunto I de T,
- MBR $\quad BR(I,m) = \bigcup_{\{\mu:\mu(I)=1\}} BR(\mu,m)$

Equilibrio secuencial

- Creencias: $\mu(t \mid m) = \begin{cases} \dfrac{\pi(t)\rho(m;t)}{\sum_{t'\in T(m)} \pi(t')\rho(m;t')} & \text{if } \sum_{t'\in T(m)} \pi(t')\rho(m;t') > 0 \end{cases}$
- $\rho(m,t) > 0 \Rightarrow \Sigma_a U^S(t,m,a)\phi(a;m)$ está maximizada en m.
- ϕ(.;m) está en MBR(μ(.|m),m)

Prueba de un equilibrio

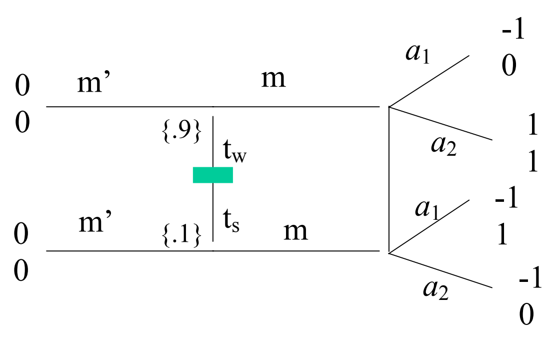
- U*(t) = utilidad esperada de tipo t en equilibrio;

1. Escoja un criterio, diciendo que el mensaje fuera de equilibrio particular (OEM) no se puede enviar por algún tipo t. Diga también, que a no se tomará en respuesta a m si a no está en BR(T(m),m). Itere. [T^s(m)]
2. Para cada OEM m, considere todas las respuestas de equilibrio secuenciales de R a m en el juego original. Todos ellos son racionales secuencialmente, dado T^s(m). Si no, FALLO.

Dominancia

- Para cada OEM m, elimine t si ∃m' s.a.

$$\min_{a\in A(m')} U^S(t,m',a) > \max_{a\in A(m)} U^S(t,m,a)$$



Dominancia de equilibrio & criterio intuitivo

Dominación de equilibrio: $\forall$ OEM m, elimina (t,m) si

$$U^*(t) > \max_{a \in A(m)} U^S(t,m,a).$$

Criterio intuitivo: $\forall$ OEM m, define

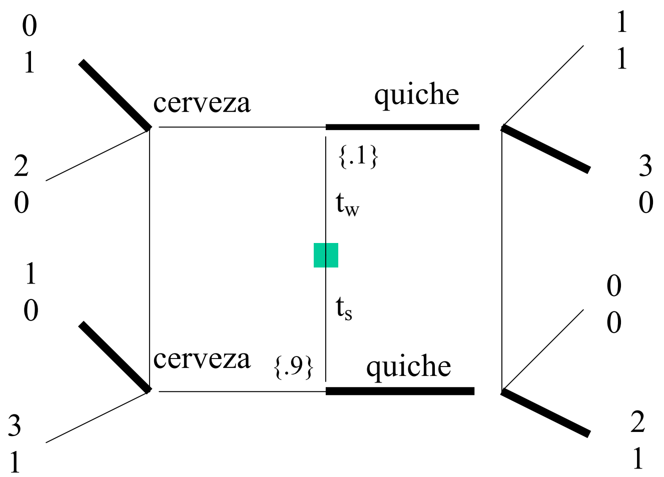
$$\tilde{T}(m) = \{t \mid U^*(t) > \max_{a \in BR(T(m),m)} U^S(t,m,a)\}.$$

If $\exists$(t',m) s.t.

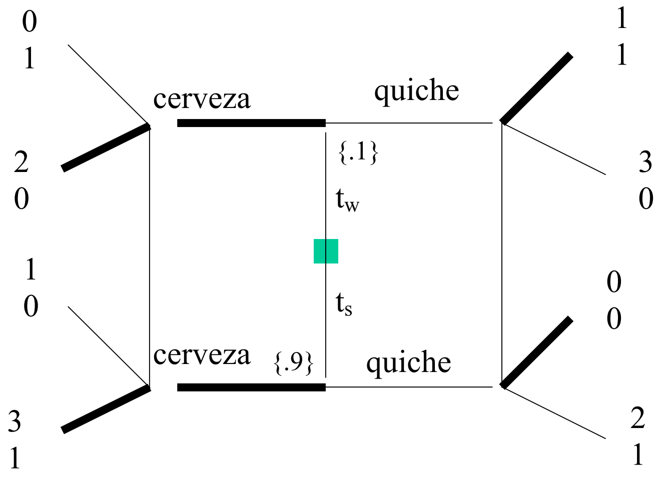
$$U^*(t') < \min_{a \in BR(T(m)\setminus\tilde{T}(m),m)} U^S(t',m,a),$$

entonces el equilibrio no cumple el criterio de intuición.

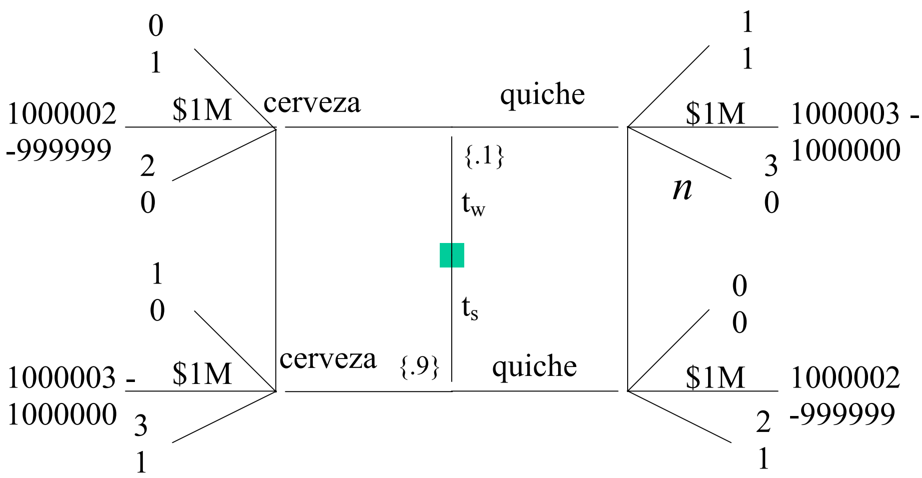
Mal equilibrio



Buen equilibrio

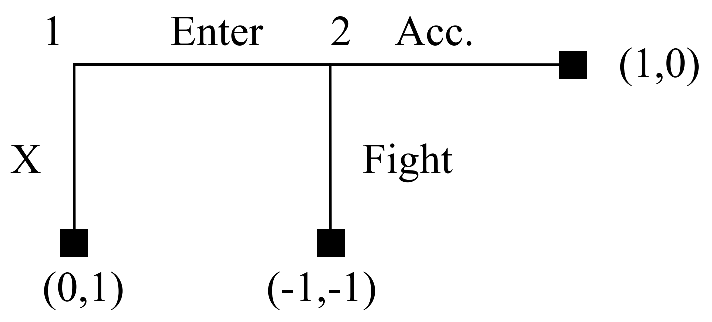


Cerveza - Quiche - M

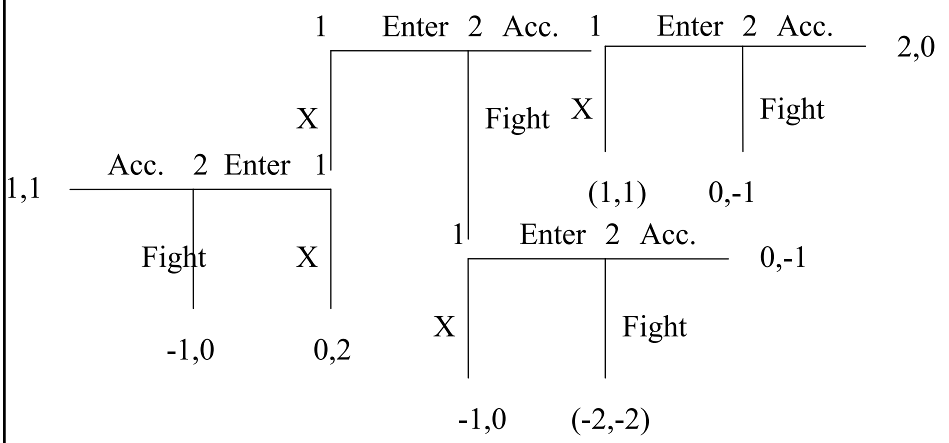


Reputación

Entrada diferida

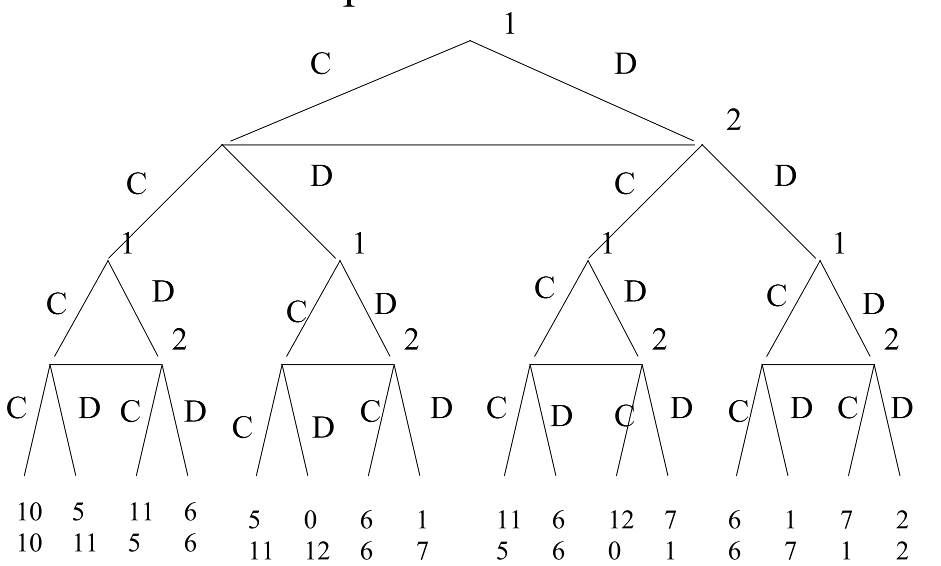


Entrada diferida, repetida dos veces, muchas veces



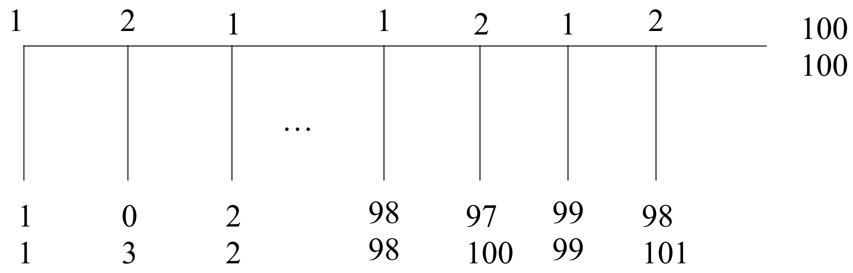
¿Qué ocurriría si se repitiese n veces?

Repetida dos veces PD

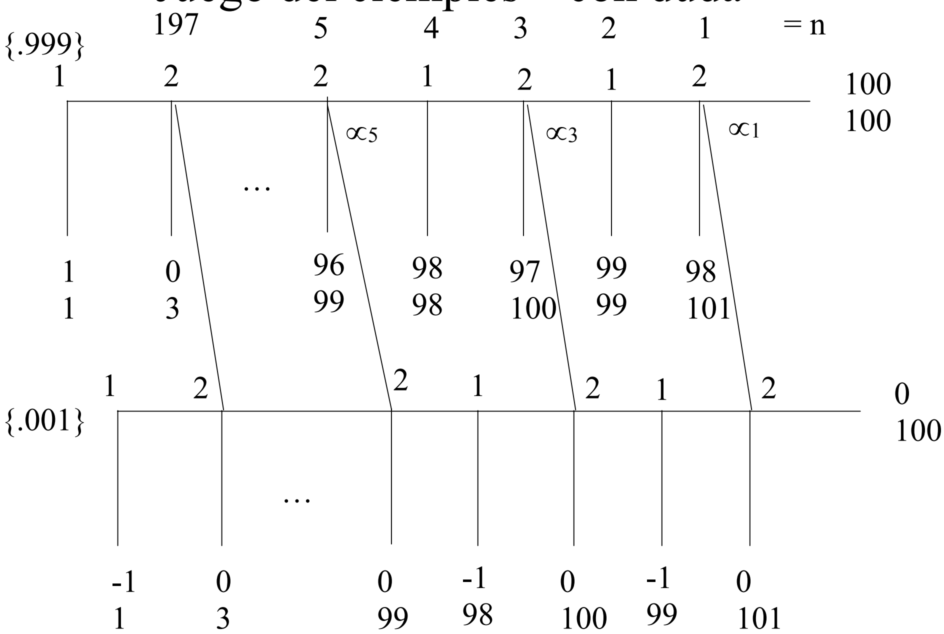


¿Qué ocurriría si T = {0,1,2,…,n}?

Juego del ciempiés



Juego del ciempiés – con duda



Hechos sobre el ciempiés

- Cada conjunto de información de 2 se alcanza con probabilidad positiva.
- 2 siempre pasa con probabilidad positiva.
- Si 2 estrictamente prefiere pasar en n, entonces
  - 1 debe preferir estrictamente pasar en n+1,
  - 2 debe preferir estrictamente pasar en n+2,
  - su posterior en n es su anterior.
- Por cualquier n > 2, 1 pasa con probabilidad positiva. Si 1 pasa w/p 1 en n, entonces el 2 posterior en n-1 es su anterior.

Juego del ciempiés – con duda