Teoría de la negociación

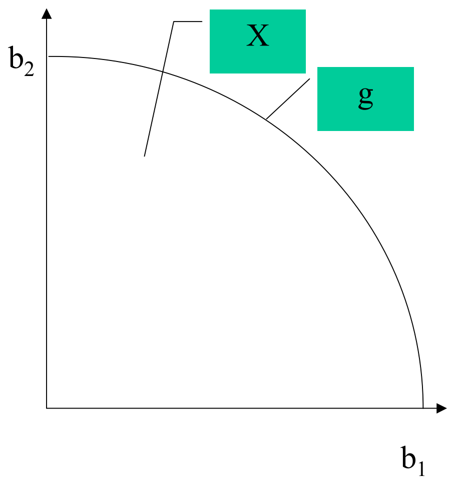
MIT 14.126 Teoría de juegos

Sergei Izmalkov
Muhamet Yildiz

Teoría de la negociación

- Cooperativa (Axiomatica)
  - Edgeworth
  - Negociación Nash
  - Variaciones de Nash
  - Valor Shapley
- No-cooperativa
  - **Rubinstein-Stahl (*)** (info. completa)
  - Info. asimétrica
    - Rubinstein, Admati-Perry, Crampton, **Gul, Sonenchein, Wilson; Abreu y Gul**
  - Valoraciones a priori no comunes
    - Posner, Bazerman, **Yildiz (*)**

Modelo Rubinstein-Stahl



- N = {1,2}
- X = pares de utilidad esperada factibles ($x,y \in X$)
- $U_i(x,t) = \delta_i^t x_i$
- $D = (0,0) \in X$ pagos de desacuerdos
- g es concava, continua y decreciente.

Progresión

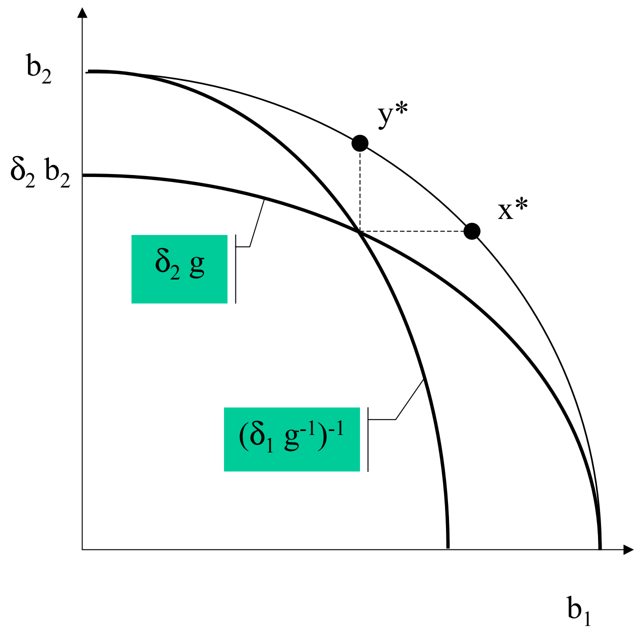
$T = \{0,1,\ldots, t,\ldots\}$

En cada t, si t es par,

- Jugador 1 ofrece x
- Jugador 2 acepta o rechaza la oferta
- Si la oferta es aceptada, el juego termina con resultado x
- De otro modo, pasamos a $t + 1$

si t es impar,

- Jugador 2 ofrece y
- Jugador 2 acepta o rechaza la oferta
- Si la oferta es aceptada, el juego termina con resultado y
- De otro modo, pasamos a $t + 1$

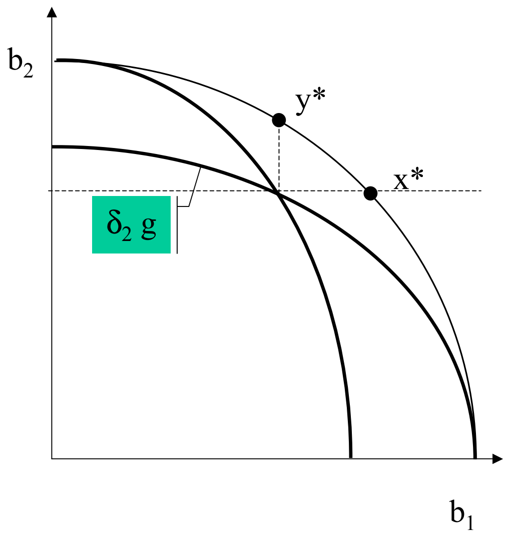


Teorema [OR 122.1]

Éste es el único equilibrio subjuego perfecto (ESP):

- jugador 1 siempre ofrece x^*;
- jugador 2 acepta una oferta x si y sólo si $x_2 \geq x^*_2$;
- jugador 2 siempre ofrece y^*;
- jugador 1 acepta una oferta y si y sólo si $y_1 \geq y^*_1$;

Prueba (es un ESP)



Utilice el principio de la desviación única:

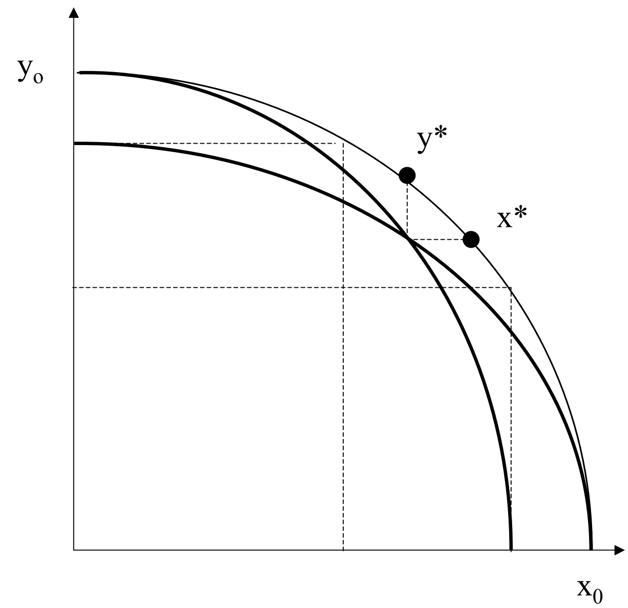
1. Si el jugador 2 rechaza una oferta x en t, tendrá y_2* en t+1. Así, acepta si y sólo si $x_2 \geq \delta_2 y^*_2 = x^*_2$ es óptimo en t.
2. En t, es óptimo para 1 realizar la oferta

$x^* = \text{argmax } \{x_1 | x_2 \geq x^*_2\}$.

"Racionalizabilidad en forma extensiva" [FT 4.6]

Definición: en un juego de varios escenarios con acciones observables, la acción a_i^t está dominada condicionalmente en el escenario t dada la historia h^t si y sólo si, en el subjuego que empieza en h^t, toda estrategia para el jugador i que asigna probabilidad positiva a a_i^t es estrictamente dominada.

Teorema: en cualquier juego de información perfecta todo equilibrio subjuego perfecto sobrevive a la eliminación iterada de estrategias dominadas condicionalmente.



Generalización habitual del modelo de Rubinstein

En cualquier t,

1. A un jugador i se le reconoce probabilidad p_t^i;
2. El jugador i ofrece alguna x;
3. El otro jugador
   1. Acepta, y la negociación acaba con pagos $\delta^t x$, o
   2. Rechaza la oferta, y entonces pasamos a t+1.

[También puede haber un plazo $\underline{t}$, en el que el juego finaliza automáticamente, dando como resultado (0,0).]

ESP

Tome X = {(x^1,x^2)|x^1+x^2 ≤1}. La eliminación iterada de estrategias dominadas condicionalmente arroja un solo vector V_t de valores de continuación en cada t donde

$$V_t^i = (1-\delta)\sum_{s\geq t} p_t^i.$$

Todo ESP equivale, en términos de pagos, al siguiente. En cualquier t, el jugador reconocido i da δV^j_{t+1} al otro jugador j y se queda con $1-\delta V^j_{t+1}$ para él, y la oferta es apenas aceptada.

Prueba

- Escriba S* para las estrategias que sobreviven al IECDS.

Escriba $\overline{V}_t^i$ y $\underline{V}_t^i$ para el máx. y el min. beneficio de i en t sobre S*, y $\Delta_t = \max\{\overline{V}_t^1 - \underline{V}_t^1, \overline{V}_t^2 - \underline{V}_t^2\}$

- Así,

$$\overline{V}_t^i \leq p_t^i\left(1-\delta \underline{V}_{t+1}^j\right) + \left(1-p_t^i\right)\delta \overline{V}_{t+1}^i$$

$$\underline{V}_t^i \geq p_t^i\left(1-\delta \overline{V}_{t+1}^j\right) + \left(1-p_t^i\right)\delta \underline{V}_{t+1}^i$$

$$\overline{V}_t^i - \underline{V}_t^i \leq p_t^i\delta\left(\overline{V}_{t+1}^j - \underline{V}_{t+1}^j\right) + \left(1-p_t^i\right)\delta\left(\overline{V}_{t+1}^i - \underline{V}_{t+1}^i\right)$$

$$\leq p_t^i\delta\Delta_{t+1} + (1-p_t^i)\delta\Delta_{t+1} = \delta\Delta_{t+1}.$$

$$\Delta_t \leq \delta\Delta_{t+1}$$

Prueba, continuación

- Si hay un plazo límite en $\underline{t}$, entonces $\Delta_{\underline{t}} = 0$, y así $\Delta_t = 0$ para todo t. Con horizonte infinito, $\Delta_t \leq \delta_n$ para todo n, de ahí que $\Delta_t = 0$.
- Escriba $S_t = V_t^1 + V_t^2$.
- $V_t^i = p_t^i\left(1-\delta V_{t+1}^j\right) + \left(1-p_t^i\right)\delta V_{t+1}^i = p_t^i\left(1-\delta S_{t+1}\right) + \delta V_{t+1}^i$
- $S_t = 1 - \delta S_{t+1} + \delta S_{t+1} = 1.$
- $V_t^i = p_t^i(1-\delta) + \delta V_{t+1}^i$
- $$V_t^i = (1-\delta)\sum_{s \geq t} p_t^i.$$

Generalización habitual del modelo de Rubinstein

En cualquier t,

1. A un jugador i se le reconoce probabilidad p_t^i;
2. El jugador i ofrece alguna x;
3. El otro jugador
    1. Acepta, y la negociación acaba con pagos $\delta^t x$, o
    2. Rechaza la oferta, y entonces pasamos a t+1.

[También puede haber un plazo $\underline{t}$, en el que el juego finaliza automáticamente, dando como resultado (0,0).]

Componentes de la información completa

	CPA	No CPA
CK	Rubinstein, Stahl	
No CK	Rubinstein 85, Admati-Perry, Gul-Sonnenchein-Wilson y muchos otros	

Sin un común previo

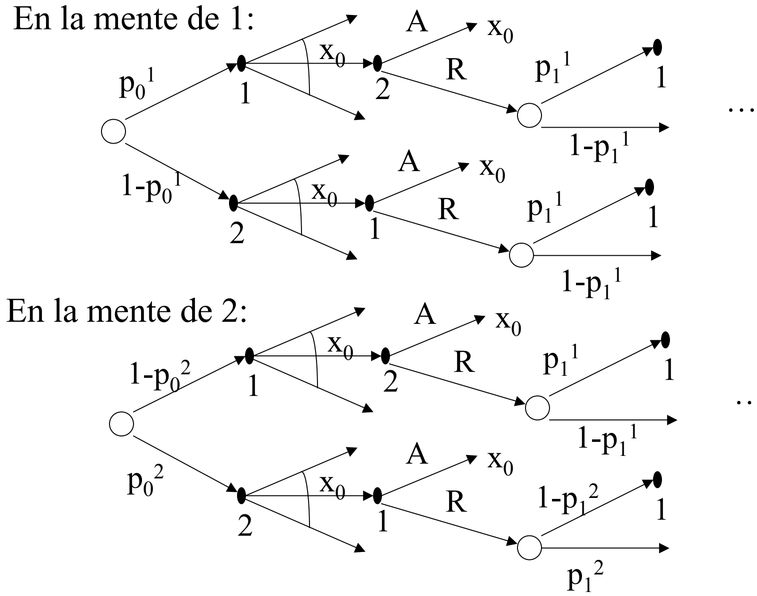
En cualquier t,

1. A un jugador i se le reconoce por Naturaleza;
2. El jugador i ofrece alguna x;
3. El otro jugador
    1. Acepta, y la negociación acaba con pagos $\delta^t x$, o
    2. Rechaza la oferta, y entonces pasamos a t+1.

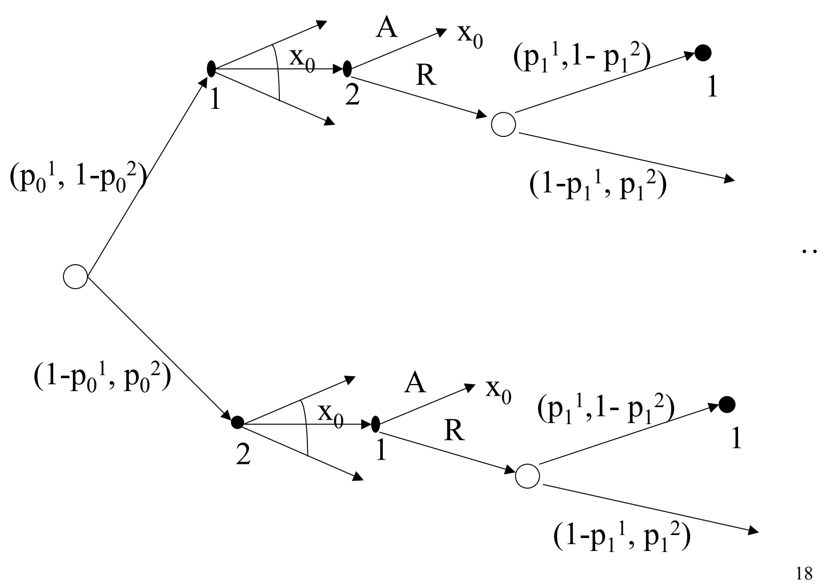
[También puede haber un plazo $\underline{t}$, en el que el juego finaliza automáticamente, dando como resultado (0,0).]

Cada i cree que será reconocido en t con probabilidad p_t^i.

Árbol de juego

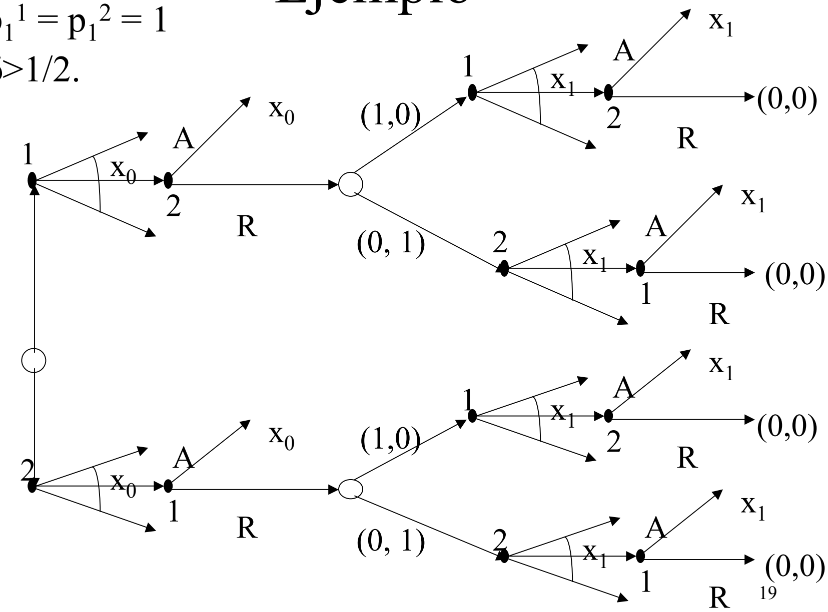


Árbol de juego



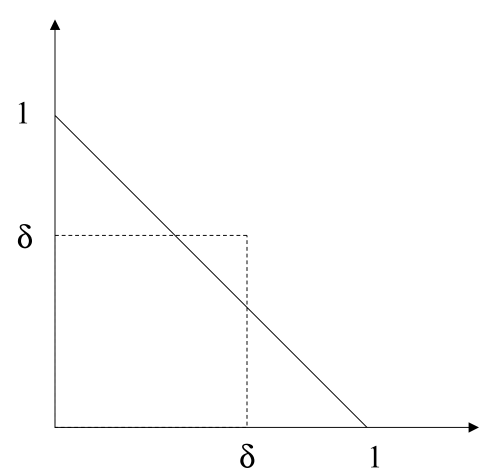
Ejemplo

- $\underline{t} = 2$.
- $p_1^{\,1} = p_1^{\,2} = 1$
  $\delta > 1/2$.



Ejemplo, continuación

- $V_1 = (1,1)$
- $S_1 = 2$.



Optimismo, acuerdo-desacuerdo

- El nivel de optimismo para t: $y_t = p_t^1 + p_t^2 - 1$.
- Hay un **régimen de desacuerdo** en t sólo si $\delta S_{t+1} > 1$.
  - No acuerdo; $V_t = \delta V_{t+1}$; $S_t = \delta S_{t+1}$.
- Hay un **régimen de acuerdo** en t sólo si $\delta S_{t+1} \leq 1$.
  - Están de acuerdo;
  - El reconocido i obtiene $1- \delta V^j_{t+1}$, el otro j, δV^j_{t+1};
  - $V_t^i = p_t^i(1- \delta V^j_{t+1}) + (1- p_t^i)\delta V^i_{t+1} = p_t^i(1- \delta S_{t+1}) + \delta V^i_{t+1}$
  - $S_t = (1+y_t)(1- \delta S_{t+1}) + \delta S_{t+1} = 1 + y_t(1- \delta S_{t+1})$.

Lema

Si $S_{t+1} \in [1,1/\delta]$, entonces $S_t \in [0,2-\delta] \subset [1,1/\delta]$.

Prueba:

- $1- \delta S_{t+1} \in [0,1-\delta]$ y $y_t \in [0,1]$.
- $S_t = 1 + y_t(1- \delta S_{t+1}) \in [0,1+ 1-\delta] = [0,2-\delta]$.

Acuerdo inmediato

Definición: $1 < 2^{L(\delta)} \leq 1/\delta$.

Teorema: Dada cualquier t*, asuma que $y_t \geq 0$ para cada $t \leq t^*$. Entonces, hay un régimen de acuerdo en cada $t < t^* - L(\delta) - 1$.