La teoría del juego evoluciona

MIT 14.126. Otoño 2001

Temas del curso

- Temas clásicos
  - Elección bajo incertidumbre
  - Juegos cooperativos
    - Valores
    - Negociación de 2 jugadores
    - Núcleo y relacionado
    - Nucleos de juegos de mercado
  - Juegos no cooperativos
    - Puntos fijos/equilibrio
    - Refinamientos
    - (Juegos repetidos)
- Temas nuevos
  - "Programa Nash" (bases no coop. para juegos cooperativos)
  - Cheap talk o parloteo
  - Experimentos
  - Bases de los juegos no coop.
    - Epistémica
    - Aprendizaje
    - Evolutiva
  - Diseño de mecanismos
  - Otras aplicaciones económicas
    - Compromiso, señalización
    - Estadísticas comparativas

Formulaciones de dos juegos

El concepto cooperativo

- Comunicación perfecta
- Ejecución de contrato perfecta

- Formulación (N,v)
  - N es un conjunto de jugadores
  - Caso TU: $v: 2^N \to R$
  - Caso NTU: $v(S): 2^N \to R^S$
- Soluciones: (conj. de) distrib. de valores $\pi \in R^N$

El concepto no cooperativo

- No hay comunicación
- No hay ejecución de contrato

- Formulación (N,S,π)
  - N es un conjunto de jugadores
  - $x \in S = S_1 \times \ldots \times S_N$ es un perfil estratégico
  - $\pi_n(x)$=n's pago
- Soluciones: (conjunto de) perfiles estratégicos $x \in S$

Ejemplo: Duopolio lineal

- No-cooperativo
  - Jugadores: 1 y 2
  - Estrategias: niveles de salida x_1 y x_2
  - Pagos: $x_i[1-(x_1+x_2)-c_i]$
  - Equilibrio Nash:

    $x_1=(1+c_2-2c_1)/3$

    $x_2=(1+c_1-2c_2)/3$
- TU cooperativo TU

$$v(1)=v(2)=0\,?$$
$$v(1,2)=\max_x x(1-x-\min(c_1,c_2))$$

- NTU cooperativo

$$v(1)=v(2)=0\,?$$
$$v(1,2)=\{(\pi_1,\pi_2):(\exists x_1,x_2\in[0,1])$$
$$\pi_1 = x_1(1-x_1-x_2-c_1)\ \ \&$$
$$\pi_2 = x_2(1-x_1-x_2-c_2)\}$$

- ¿Solución?

Soluciones cooperativas

Soluciones: puntos y conjuntos

- Las soluciones cooperativas de "un punto" tratan de extender una solución simétrica a juegos asimétricos.
  - "Solución de la negociociación de Nash"
  - "Valor Shapley"
  - En el juego Cournot TU, la solución podrá ser $\pi_j = v(i) + ½[v(1,2) - v(i)]$ con $v(i)=0$ o beneficio Cournot.
- Otros generalizan la indeterminación del resultado de la negociación e identifican sólo lo que está "bloqueado".
  - En el juego Cournot NTU, el "núcleo" consiste en todos los resultados racionales individuales y eficientes.

El valor de Shapley $\varphi_n(N,v)$

- Cuatro axiomas para juegos TU
  - Eficacia: $\sum \varphi_n(N,v)=v(N)$
  - Jugador nulo: If $v(S\cup\{n\})\equiv v(S)$ entonces $\varphi_n(N,v)=0$.
  - Simetría: las permutaciones no importan
  - Aditividad: $\varphi(N,v+w)=\varphi(N,v)+\varphi(N,w)$
- Análisis:
  - Los juegos (N,v) (con N fijo) forman un espacio lineal.
  - Sea $\chi_S(T)=1$ si $S\subset T$ y $\chi_S(T)=0$ de otro modo.
  - Axioma 1-3: $\varphi_n(\alpha\chi_S)=\alpha/|S|$ si $n\in S$ y $\varphi_n(\alpha\chi_S)=0$ si $n\notin S$.
  - Añada axioma 4: φ es un operador lineal

Teorema de Shapley

- Notación:
  - Π = conjunto de permutaciones de N, elemento típico π, correlacionando elementos de N en$\{1,\ldots,|N|\}$.
  - $S_{i\pi}=\{j:\pi_j\leq\pi_i\}$
- Teorema.

$$\varphi_n(N,v)=\frac{1}{|N|!}\sum_{\pi\in\Pi} v(S_{i\pi})-v(S_{i\pi}\setminus i)$$

- Prueba. La φ dada satisface los axiomas por inspección. Como los juegos χ_S forman una base, existe un operador lineal exclusivo que lo hace. QED

Interpretaciones de Shapley

- Poder, por ejemplo en los juegos de votación.
- Justicia, por ejemplo en repartos de coste.
- Ampliación: fijación de precios de Aumann-Shapley
  - Reparto Cornell del coste de conferencia
  - El juego tiene K tipos de jugadores con a_k masivo de tipo k.
  - "Formula diagonal":

$$\varphi_k(N,v) = \int v_k(sa_1,\ldots,sa_K)ds$$

Intercambio de ideas

Conexión de ideas de juegos cooperativos y no cooperativos

Intercambio de ideas, 1

- Cheap Talk o parloteo
  - ¿Qué ocurre con los juegos no cooperativos cuando añadimos una fase de intercambio de mensajes?
  - En el siguiente juego, suponga
    - La unidad de pago es $10.000s
    - El jugador de fila puede enviar un mensaje…

7,6	8,5
0,0	9,9

Intercambio de ideas, 2

- El "Programa Nash"
  - Bases no cooperativas para soluciones cooperativas
  - El problema de la negociación de dos jugadores
    - Solución de negociación de Nash
    - Juego de demanda de Nash
    - Modelo Stahl-Rubinstein de "ofertas alternativas"
  - Economías de intercambio
    - Equilibrio competitivo (núcleo)
    - Juego de Shapley-Shubik
    - Juegos de subasta y licitación

Negociación de demanda de Nash

- Sea v(1)=v(2)=0, v(12)=1.
  - El "núcleo" es el conjunto de vectores de pago π que son:
    - "Eficiente": $\sum_{n\in N} \pi_n = v(N)$
    - "Desbloqueado": $(\forall S\subset N)\ \sum_{n\in S} \pi_n \geq v(S)$
  - En este caso, Núcleo(N,v)=$\{(\pi_1,\pi_2)$: $\pi_1,\pi_2 \geq 0$, $\pi_1+\pi_2=1\}$.
- Juego de demanda de Nasn. $S_1=S_2=[0,1]$.
  - $$\pi_n = \begin{cases} x_n \text{ si } x_1 + x_2 \leq 1 \\ 0 \quad \text{de otro modo} \end{cases}$$
  - El equilibrio "perfecto" coincide con el núcleo.

Negociación de ofertas alternativas

- Jugadores 1 y 2 hacen ofertas alternativas.
- Si el acuerdo (x_1,x_2) se alcanza en tiempo t, los pagos son $\delta^t(x_1,x_2)$.
- El equilibrio perfecto en subjuego único tiene pagos de "casi" la (.5,.5) solución de Nash:

$$\pi_n = \begin{cases} \frac{1}{1+\delta} & \text{si n se mueve primero} \\ \frac{\delta}{1+\delta} & \text{de otro modo} \end{cases}$$

Teoría no cooperativa

Replanteándose el equilibrio

¿Qué intenta modelar?

- Comportamiento animal:
  - estrategias estables evolucionarias
- Comportamiento aprendido:
  - Refuerzo de modelos de aprendizaje
  - Equilibrio autoconfirmado
- Acuerdos autoaplicados:
  - Equilibiro de Nash y refinamientos
- Reflexión entre jugadores racionales
  - "Epistemología interactiva"

Comportamiento animal

- El juego de la paloma y el halcón: qué comportamiento evolucionará?

-1,-1	2,0
0,2	1,1

Experimentos humanos

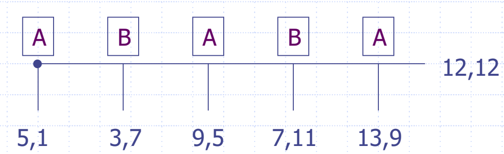
- El "juego del ultimatum"
  - Jugadores: {1,2}
  - Estrategias
    - Jugador 1 hace una oferta x,1-x; $x \in [0,1]$
    - Jugador 2 la ve y dice "sí" o "no"
  - Pagos
    - Si 2 dice "sí," los pagos son (x,1-x).
    - Si 2 dice "no," los pagos son (0,0).
- Análisis
  - Resultado del equilibrio perfecto en subjuego único: (x=1,sí).
  - ¡Nunca sucede así!

Modelos de aprendizaje

- El comportamiento se establece por alguna clase de aprendizaje adaptativo
  - Clase 1: los jugadores repiten estrategias que tuvieron "éxito" en situaciones pasadas "similares".
  - Clase 2: los jugadores pronostican basándose en el juego anterior de otros y, al final, optimizan en consecuencia.
    - Puntos estacionarios: equilibrio de "expectativas cumplidas"

Análisis epistémico

- "Lo que hago depende de mis expectativas"
- El "juego del ciempiés"
  - ¿Es racional para A más abajo llevarse 5$?
  - ¿Qué debería creer B si su previsión primera de probabilidad de la conducta de A se contradice?



Inducción hacia adelante

- Son razonables ambos equilibrios perfectos de subjuego como juego racional?