

Aprendizaje 4:

Ajuste con ruido persistente

Sergei Izmalkov y Muhamet Yildiz

1 Idea principal

- **Siempre existirá una pequeña pero positiva probabilidad de mutación.**
- **Un modelo más adecuado si las mutaciones son reales y recurrentes.**
- **Algunos de los equilibrios de Nash estrictos no serán “estables estocásticamente”.**

2 Ajuste estocástico

Proceso general:

1. Tenga en cuenta el siguiente juego.

	A	B
A	2,2	0,0
B	0,0	1,1

Una persona del tipo i en población i , $i = 1, 2$.

2. Especifique un espacio de estado Θ , por ejemplo, los \neq de los jugadores jugando cada estrategia.

$$\Theta = \{AA, AB, BA, BB\}.$$

3. Especifique una dinámica de ajuste “intencional” o “no perturbada”, por ejemplo, la dinámica de la mejor respuesta, con una matriz de transición P , donde

$$P_{\theta, \xi} = \Pr(\theta \text{ at } t + 1 | \xi \text{ at } t).$$

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} AA & AB & BA & BB \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} & \begin{matrix} AA \\ AB \\ BA \\ BB \end{matrix} \end{matrix}$$

Observe un ciclo de dos entre (AB) y (BA) .

4. Introduzca un pequeño ruido: errores, mutaciones, etc...

Considere P^ε , continuo en ε y $P^\varepsilon \rightarrow P$ como $\varepsilon \rightarrow 0$

Asegúrese de que P^ε sea ergódico.

(a) Existe un único ϕ^* (una distribución de probabilidad, un vector de columnas) s.a.

$$\phi^* = \Pi \phi^*.$$

(b) Las medias temporales convergen

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{T} \right) \sum_t I(\theta_t = \theta) = \phi^*(\theta).$$

(c) Las distribuciones de Fecha- t convergen

$$\forall \phi, \lim_{t \rightarrow \infty} \Pi \phi = \phi^*.$$

Condiciones suficientes para la ergodicidad:

5. Para cierto n , $\Pi > 0$, o $\Pi^n > 0$

$\exists \theta$, que $\Pi_{\theta\theta} > 0$, y se alcance desde cualquier otro estado para cierto n .

En el ejemplo:

$$P^\varepsilon = \begin{matrix} & \begin{matrix} \text{AA} & \text{AB} & \text{BA} & \text{BB} \end{matrix} \\ \begin{pmatrix} (1-\varepsilon)^2 & (1-\varepsilon)\varepsilon & (1-\varepsilon)\varepsilon & \varepsilon^2 \\ (1-\varepsilon)\varepsilon & \varepsilon^2 & (1-\varepsilon)^2 & (1-\varepsilon)\varepsilon \\ (1-\varepsilon)\varepsilon & (1-\varepsilon)^2 & \varepsilon^2 & (1-\varepsilon)\varepsilon \\ \varepsilon^2 & (1-\varepsilon)\varepsilon & (1-\varepsilon)\varepsilon & (1-\varepsilon)^2 \end{pmatrix} & \begin{matrix} \text{AA} \\ \text{AB} \\ \text{BA} \\ \text{BB} \end{matrix} \end{matrix}$$

$$\phi_\varepsilon^* = \left(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4} \right)^T.$$

6. Compruebe que $\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \phi_\varepsilon^* = \phi^*$ existe; calcule ϕ^* .
(Por continuidad $\phi^* = P\phi^*$).

7. Compruebe que ϕ^* es una masa de punto, por ejemplo:

$$\phi^*(\theta^*) = 1$$

para cierto θ^* .

El perfil de estrategia en θ^* se llama *equilibrio estable estocástico*.