

## Boletín de ejercicios nº8

Fecha de entrega: 5 de diciembre de 2001

1. Supongamos una subasta con precio de salida oculto en la que  $N$  posibles pujadores tienen valoraciones  $v_1, v_2, \dots, v_N$  para un producto. Dichos valores son elecciones independientes según una función de distribución (CDF)  $F()$  en el intervalo  $[0, 1]$ . Los pujadores deciden simultáneamente sus ofertas  $b_1, \dots, b_N$  en  $[0, 1]$  y quien puja más alto consigue el producto tras pagar lo ofrecido. Demuestre que el único equilibrio simétrico es:

$$b_i^*(v_i) = v_i - \frac{\int_0^{v_i} F(z)^{N-1} dz}{F(v_i)^{N-1}}$$

Pista: cuando sus oponentes emplean la estrategia de equilibrio simétrico  $B$ , el resultado esperado por el pujador  $i$  cuando tiene valor  $v$  y puja  $b$  es  $(v-b)(F(B^{-1}(b)))^{N-1}$ . Formule  $\pi(v)$  para el equilibrio de utilidad de un pujador con valor  $v$ . Aplicando el teorema de la envolvente, demuestre que:

$$\frac{d\pi}{dv} = F(v)^{N-1}$$

calcule a continuación la integral de  $v$  para hallar el valor de  $\pi(v)$  empleando el hecho de que, en equilibrio, un pujador con valor  $v$  gana, siendo  $F(v)^{N-1}$  su probabilidad de inferir cuáles han de ser sus ofertas. Para más ayuda, consulte el artículo de Milgrom en el JEP (programa conjunto de ejercicios).

2. En un modelo con dos jugadores en el que las valoraciones de cada jugador son uniformemente independientes en  $[0, 1]$ , halle el equilibrio de una variante de subasta con precio de salida oculto en la que el vendedor anuncia un precio de reserva  $R$ , y vende el producto a la oferta más alta sólo si la puja ganadora es al menos  $R$ . ¿Qué valor de  $R$  maximiza el beneficio esperado del vendedor en la subasta?

(Nota: si los cálculos le resultan complicados, basta que explique en que consistiría la situación de equilibrio).

3. Un grupo ecologista que desea construir una reserva natural, puja en una subasta pública contra una compañía maderera por una parcela de terreno. Dado que ambas partes emplearán el terreno para diferentes propósitos, suponemos que la subasta puede representarse con un modelo de valores privados independientes. Suponemos asimismo que es un dato conocido por todos que el grupo ecologista da una valoración  $v_e$  a la parcela, valor extraído de una distribución uniforme en  $[0, 2]$ , y que la valoración de la maderera,  $v_i$ , se ha hecho a partir de una distribución uniforme en  $[1, 2]$ .

a) Halle las estrategias de equilibrio y la probabilidad con la que cada bando obtendría la parcela en una segunda subasta con puja oculta. ¿Qué ingresos prevé obtener la administración propietaria del terreno? ¿Esperaría obtener unos ingresos menores, mayores o iguales en una subasta con precio de salida oculto?

b) Supongamos que la administración propietaria del terreno opta por una subasta con precio de salida y que, antes de comenzar ésta, la maderera tiene la oportunidad de instalar nueva maquinaria en un aserradero cercano, lo que reduciría el coste marginal de elaboración de madera en la parcela. Explique por qué la decisión de instalar la maquinaria dependerá de si los ecologistas pueden conocer, o no, que se ha llevado a cabo la instalación.

c) ¿En qué aspectos el modelo de subasta asimétrica arriba descrito resulta muy diferente del modelo usado por Hendricks y Porter para tratar las asimetrías entre empresas que puján por tramos de conducciones de petróleo en yacimientos marinos?

4. En una amplia porción de los tramos a los que se refiere la muestra de Hendricks y Porter hay, en realidad, más de una empresa “vecina”. ¿Qué pruebas aportan Hendricks y Porter para concluir que es razonable usar un modelo con una empresa informada porque las compañías informadas parecen incurrir en prácticas colusorias? ¿Resultan estas pruebas convincentes?

5. a) Bajari ofrece un modelo de las subastas para adjudicar obras de asfaltado en Minnesota utilizando un cuadro de valores privados. Comente las razones de su elección y si ésta parece razonable.

b) ¿Qué resultados obtiene Bajari acerca del nivel de precios relativo a costes? ¿Podrían haber sido muy diferentes, teniendo en cuenta el marco estructural?

c) ¿De qué manera los resultados de Bajari sobre la proyección de beneficios de subasta con precios de salida y mínimos encajan con la intuición que usted ha obtenido a partir de los modelos teóricos examinados?