Boletín de ejercicios 1

Thomas Philippon

7 de abril de 2002

1 Tiempo continuo

Tenemos un proceso no estocástico en tiempo continuo. Supongamos que el consumidor representativo maximiza:

$$\int_0^\infty e^{-\theta t} u(C_t) dt$$

La acumulación de capital nos viene dada por:

$$\frac{dK}{dt} = ZK_t^{1-\alpha} - \delta K_t - C_t$$

Y podemos emplear la función de utilidad CES:

$$u(C) = \frac{\sigma}{\sigma - 1} C^{\frac{\sigma-1}{\sigma}}$$

1) Deduzca la ecuación de Euler. ¿Cuáles son los niveles de estado estacionario del consumo y del tipo de interés? ¿Cuál es el máximo nivel sostenible de consumo? ¿Y el tipo de interés asociado al mismo? ¿Por qué son distintos de los óptimos?

2) Obtenga el diagrama de fase, indicando la trayectoria hasta el punto de equilibrio. ¿De qué modo depende la pendiente de ésta de σ?

3) ¿Qué efectos tiene un shock a θ inesperado y de efectos permanentes sobre consumo y la inversión? ¿Cree que este tipo de shocks refleja de forma satisfactoria las fluctuaciones agregadas?

4) ¿Qué efectos tiene un shock a Z sobre la producción, el consumo y la inversión? Supongamos que solamente hubiera shocks a Z. ¿Implicaría ello la existencia de comovimientos lógicos entre producción, consumo e inversión? Demuestre que, tras un shock tecnológico positivo, el consumo puede aumentar o disminuir dependiendo del valor de σ. Explique la intuición.

5) ¿Cómo se vería afectado el resultado si se tuvieran en cuenta los shocks transitorios? Pista: supongamos que en un momento $t = 0$ la productividad se dispara, y que se sabe que se mantendrá en un nivel alto hasta un momento $t = t_1$. Al llegar ese momento, la productividad vuelve a su nivel anterior y permanece en él indefinidamente. ¿Dónde debe hallarse la economía en el momento $t = t_1$? ¿Cómo se mueve entre $t = 0$ y $t = t_1$?

2 Programación dinámica en tiempo discreto

Utilice el modelo de tiempo discreto de la entrega (*handout*) *RBC* (de la sección 5) y los programas MATLAB de la carpeta *Programación Dinámica.* También le será útil leer el archivo *tutorial.doc* y los comentarios incluidos en *DP.m.*

1) Deduzca la ecuación de Euler en tiempo discreto en el modelo con mano de obra exógena, primero mediante programación dinámica y luego aplicando el método de los multiplicadores de Lagrange. Compare el resultado con la ecuación de Euler en tiempo continuo.

2) Análisis numérico mediante *DP.m.* Describa la dinámica de la economía cuando comienza alejada de su estado estacionario (por ejemplo, un 30% por debajo del mismo). ¿Qué nos indica esta descripción acerca del rápido crecimiento experimentado por las economías europeas tras la Segunda Guerra Mundial?

3) Análisis numérico *DP.m.* Como hemos visto en el modelo continuo, la reacción del consumo a un shock tecnológico positivo depende de la elasticidad σ . Ilustre esta afirmación utilizando la función objetivo. (Nota: en mi programa, he definido *gamma,* el *CRRA* (coeficiente de aversión relativa al riesgo constante) en vez de σ. ¿Qué relación hay entre ellas? ¿Por qué?) Pista: *DP.m* produce 5 planos. El primero de ellos, llamado consumo, es tridimensional y se mide sobre el eje vertical. Los dos ejes horizontales corresponden a K y Z. Puede rotar el gráfico con el ratón para obtener una mejor visión.

4) Explique, utilizando los programas descritos en el tutorial, por qué realizar la iteración en la función objetivo es mucho más rápido que en la función de valor.

5) Opcional. Demuestre numéricamente cómo afecta la persistencia del shock al comportamiento del consumo.