Boletín de ejercicios 2

Thomas Philippon

12 de abril de 2002

1 Programación dinámica en tiempo discreto

En la carpeta *Dynamic Programming (Programación dinámica),* lea el documento *tutorial.doc* y los comentarios sobre *DP.m.*

1) *DP.m* produce 5 planos. Describa brevemente cada uno de ellos; concretamente, qué representan y cómo se calculan. (No se piden los detalles del cálculo, basta con demostrar que se ha entendido la arquitectura del programa).

2) Como ya hemos visto en el modelo de tiempo continuo (del boletín de ejercicios 1), la reacción del consumo a un shock tecnológico positivo depende de la elasticidad σ. Utilizando *DP.m,* obtenga el rango de valores de σ para el que se produzca una disminución del consumo tras un shock tecnológico positivo. ¿Es previsible que σ se halle en ese rango? (Pista: suponiendo que se encuentre en ese rango, ¿cuál sería la elasticidad de los ahorros con respecto al tipo de interés sin riesgo? ¿Se trata de un dato realista?

3) Demuestre numéricamente cómo afecta la persistencia del shock al comportamiento del consumo. Pista: dé a la elasticidad un valor de 100. Halle el coeficiente de persistencia y fíjelo en 0,95 (en un principio, lo fijé en ese valor, por lo que debería ser 0, 95, a menos que se haya modificado). ¿Cómo es la función de consumo? Fije el coeficiente de persistencia en 0,5. ¿Qué ocurre? Explique la intuición aplicando la respuesta al apartado 1.5) del boletín de ejercicios 1.

4) Opcional (responda únicamente si dispone de tiempo). Compruebe, mediante los programas, que iterar la ecuación de Bellman en la función de planificación es mucho más rápido que hacerlo en la función de valor. ¿Por qué?

2 Modelos de diferencia lineal y expectativas racionales. Existencia y unicidad del equilibrio.

La referencia básica se halla en Blanchard y Kahn (Econometrica, 1980). Tenemos el siguiente modelo lineal:

$$\begin{bmatrix} E_t(c_{t+1}) \\ k_{t+1} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} c_t \\ k_t \end{bmatrix} + Bz_t \tag{1}$$

A es una matriz 2 * 2 y B es una matriz 2 * 1.

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Se trata de un sistema con una variable predeterminada k_t y una variable de transición c_t

1) Utilizando las notas de Olivier (tema 2, página 7), describa cómo obtener la ecuación (1), suponiendo que z sigue el proceso AR (1) de la página 8:

$$z_t = \rho z_{t-1} + \varepsilon_t$$

No es necesario hallar las soluciones para A y B, basta con mostrar el modo de obtenerlas.

2) Buscamos soluciones a (1) tales que:

$$\begin{aligned} \lim_{\tau \to \infty} E_t \left[c_{t+\tau} \right] &= 0 \\ \lim_{\tau \to \infty} E_t \left[k_{t+\tau} \right] &= 0 \end{aligned} \tag{2}$$

¿Por qué es conveniente limitarnos a estas soluciones?

3) Supongamos que la matriz A se puede descomponer en:

$$A = C^{-1} \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} C$$

Donde C es una matriz invertible 2 * 2. Demuestre que λ_1 and λ_2 son los valores propios de A.

4) Cambie las variables de (k_t, c_t) a ($x_{1,t}$, $x_{2,t}$) definidas por:

$$\begin{bmatrix} x_{1,t} \\ x_{2,t} \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} k_t \\ c_t \end{bmatrix}$$

Demuestre que, para $i = 1, 2$:

$$E_t \left[x_{i,t+\tau} \right] = (\lambda_i)^\tau \times \left(x_{i,t} + \frac{m_i}{\lambda_i} \times \frac{1 - \left(\frac{\rho}{\lambda_i} \right)^\tau}{1 - \frac{\rho}{\lambda_i}} \times z_t \right)$$

¿De dónde provienen m_1 y m_2?

5) Supongamos que $\lambda_1 < 1 < \lambda_2$. Demuestre que hay exactamente una solución a (1) que satisfaga (2).

6) ¿Qué ocurre si $\lambda_1 < \lambda_2 < 1$? ¿Y si $\lambda_1 > \lambda_2 > 1$?

7) Explique intuitivamente cómo se generalizan estos resultados a un sistema lineal con n variables predeterminadas y m variables de transición.