Fluctuaciones. Elección trabajo/ocio en el modelo Ramsey. Modelos RBC.

Olivier Blanchard*

Abril de 2002

* 14.452. Primavera de 2002. Tema 3.

El modelo de referencia tenía shocks, incertidumbre, pero carecía de variación en el empleo. Queremos saber qué ocurre si tenemos en cuenta una elección trabajo/ocio.

Esta clase de modelos se conoce como el modelo RBC. Es de utilidad para explicar muchos hechos de los ciclos económicos. Consumo procíclico, inversión y empleo.

Sin embargo las hipótesis parecen equivocadas en cuanto a los hechos (shocks tecnológicos, elasticidad trabajo/ocio). ¿Inútil? No. Es otro paso en la senda hacia el modelo pertinente.

Organización:

- Establecer y resolver el modelo. Condiciones de primer orden, casos especiales y simulaciones numéricas.
- Pruebas sobre shocks tecnológicos y la naturaleza del progreso tecnológico.
- Pruebas sobre movimientos en la no ocupación: Desempleo frente a la no participación.

1 El problema de la optimización

Observe de nuevo un problema de planificación.

$$\max E[\sum_{0}^{\infty} \beta^i \, U(C_{t+i}, L_{t+i})|\Omega_t]$$

sujeto a:

$$N_{t+i} + L_{t+i} = 1$$

$$C_{t+i} + S_{t+i} = Z_{t+i} F(K_{t+i}, N_{t+i})$$

$$K_{t+i+1} = (1-\delta) K_{t+i} + S_{t+i}$$

El cambio a partir del modelo de referencia. L es ocio y N es trabajo. Por normalización, el tiempo total es igual a uno. La utilidad esta en función del consumo y el ocio.

De nuevo ignoramos el crecimiento. Si hay crecimiento, la función de producción tendría un progreso técnico Harrod-neutral; por tanto $Z_t F(K_t; A_t N_t)$, con $A_t = A^t; A > 1$ por ejemplo.

2 Las condiciones de primer orden

La manera más fácil de derivarlas es, de nuevo, utilizando multiplicadores Lagrange. Junte las tres restricciones para obtener:

$$K_{t+i+1} = (1 - \delta) K_{t+i} + Z_{t+i} F(K_{t+i}; 1 - L_{t+i}) - C_{t+i}$$

Asocie $\beta^{i} \cdot \lambda_{t+i}$ con la restricción en el tiempo t:

$$E[U(C_t) + \beta U(C_{t+1}) - \lambda_t (K_{t+1} - (1-\delta) K_t - Z_t F(K_t, 1 - L_t) + C_t) -$$
$$\beta \lambda_{t+1} (K_{t+2} - (1-\delta) K_{t+1} - Z_{t+1} F(K_{t+1}, 1 - L_{t+1}) + C_{t+1}) + ... \mid \Omega_t]$$

Por tanto las condiciones de primer orden vienen dadas por:

$$\begin{aligned}
C_t &: U_C(C_t, L_t) = \lambda_t \\
L_t &: U_L(C_t, L_t) = \lambda_t Z_t F_N(K_t, 1 - L_t) \\
K_{t+1} &: \lambda_t = E[\beta \lambda_{t+1} (1 - \delta + Z_{t+1} F_K(K_{t+1}, 1 - L_{t+1}) \mid \Omega_t]
\end{aligned}$$

Defina, como antes, $R_{t+1} \equiv 1 - \delta + Z_{t+1} F_K(K_{t+1}; 1 - L_{t+1})$ y defina $W_t = Z_t F_N (K_t; 1 - L_t)$, por tanto:

$$U_C(C_t; L_t) = \lambda_t$$

$$U_L(C_t; L_t) = \lambda_t W_t$$

$$\lambda_t = E[\beta \lambda_{t+1} R_{t+1} \mid \Omega_t]$$

Interpretación. Combinando las dos primeras:

La **condición intratemporal:**

$$U_L(C_t; L_t) = W_t \, U_C(C_t; L_t)$$

Y la **condición intertemporal:**

$$U_C(C_t, L_t) = E[\beta R_{t+1} U_C(C_{t+1}, L_{t+1}) \mid \Omega_t]$$

Antes de proceder, podemos preguntar: ¿qué restricciones deseamos imponer en la utilidad y en la producción para tener un camino equilibrado en estado estacionario? (No es un ejercicio totalmente convincente. ¿Tenemos realmente las mismas preferencias a corto y a largo plazo? Es útil, no obstante, para tener un camino equilibrado.

- En lo que se refiere a la producción, sabemos que el progreso tiene que ser Harrod-neutral, digamos a tasa A > 1. (Recuerde que suprimimos A_t sólo por comodidad en la notación.
- En lo que se refiere a la utilidad, podemos utilizar las condiciones de primer orden para derivar las restricciones.

En estado estacionario, el ocio es constante. (Empíricamente: no es del todo correcto. Claramente, se da una importante disminución en *N* con el transcurso del tiempo. Pero, durante los últimos 40 años en Estados Unidos, parece que el efecto renta y el efecto sustitución se han cancelado bruscamente). El consumo y el salario aumentan a la tasa *A*, por lo tanto, a partir de la condición intratemporal:

$$\frac{U_L(CA^t, L)}{U_C(CA^t, L)} = WA^t$$

donde *C, L y W* son constantes a lo largo del tiempo, y *A* aumenta. Esto es cierto para cualquier valor A^t, así que en concreto, para $t = 0$ por tanto $A^t = 1$, así que:

$$\frac{U_L(C, L)}{U_C(C, L)} = W$$

Utilizando las dos relaciones para eliminar el salario, podemos escribir:

$$\frac{U_L(CA^t, L)}{U_C(CA^t, L)} = A^t \frac{U_L(C, L)}{U_C(C, L)}$$

La tasa marginal de sustitución entre el consumo y el ocio debe incrementarse con el transcurso del tiempo a tasa *A*.

Esta relación se sostiene para cualquier valor del término A^t. Por tanto, utilice por ejemplo:

$A^t = 1/C$:

$$\frac{U_L(1, L)}{U_C(1, L)} = \frac{1}{C} \frac{U_L(C, L)}{U_C(C, L)}$$

O, reformulando:

$$\frac{U_L(C, L)}{U_C(C, L)} = C[\frac{U_L(1, L)}{U_C(1, L)}]$$

La tasa de sustitución debe ser igual a *C* veces el término entre paréntesis, que sólo está en función de *L*. Esto a su vez implica que la función de utilidad debe ser de la forma:

$$u(C\tilde{v}(L))$$

donde dadas las restricciones habituales de la función de utilidad original, la función $\tilde{v}(.)$ debe ser cóncava.

Ahora volvemos a la condición intertemporal. Escríbala como:

$$U_C(CA^t, L) = (\beta R)U_C(CA^{t+1}, L)$$

O, dadas las restricciones anteriores:

$$\frac{u'(CA^t\tilde{v}(L))}{u'(CA^{t+1}\tilde{v}(L))} = \beta R$$

Para que esta condición se satisfaga, *u*(.) debe ser de la forma de elasticidad constante:

$$u(C\tilde{v}(L)) = \frac{\sigma}{\sigma - 1}(C\tilde{v}(L))^{(\sigma-1)/\sigma}$$

Si $\sigma = 1$, entonces:

U(C; *L)* = log(C) + *υ(L)*

donde $\upsilon(L) = \log(\tilde{\upsilon}(L))$, con $\upsilon' > 0$, $\upsilon'' < 0$. (Otra manera de demostrar esto. Si deseamos suponer la separabilidad del ocio y del consumo (pero no hay por que hacerlo), entonces la forma anterior es la única coherente con la existencia de un estado estacionario.

Permítanme utilizar la especificación *U(C; L)* = log(*C*) + *υ(L)* y volver a las condiciones de primer orden.

La **condición intratemporal se convierte en:**

$$v'(L_t) = W_t/C_t$$

Y la **condición intertemporal:**

$$E[\beta R_{t+1}\frac{C_t}{C_{t+1}} \mid \Omega_t] = 1$$

Interpretación. (Observe que $U_C = 1/C$ es el valor marginal de la riqueza). Por lo tanto, iguale la utilidad marginal del ocio al salario multiplicado por el valor marginal de la riqueza. Y la condición Ramsey-Keynes para el consumo.

Ahora considere los efectos de un shock tecnológico favorable. Aumenta W y R, tanto el actual como el futuro.

- Dos efectos sobre el **consumo.** Atenuación (subida del consumo) y Basculación (bajada del consumo). En términos netos, posiblemente subida.

- Pasamos a **trabajo/ocio.** Dos efectos:

  Un efecto sustitución: Cuanto más alto el valor W_t más trabaja la gente.

  Un efecto renta/riqueza. Valores mas alto en C_t tienen el efecto contrario. Cuanto más rica se siente la gente (recuerde que $1/C$ es el valor marginal de la riqueza), más quieren consumir y disfrutar del ocio.

  El efecto neto depende de la fuerza de los dos efectos. Sustitución (elasticidad), y riqueza (persistencia).

- Cuanto más transitorio el shock, más pequeño es el aumento de C, y por tanto, más fuerte el efecto sustitución.

- Cuanto más permanente (con C_t aumentando tanto o más que W_t. ¿Puede? Sí. Considere un shock permanente, más acumulación de capital), más fuerte el efecto riqueza. El empleo podría disminuir.

Otra manera de considerar los efectos del empleo. Una condición intertemporal para el ocio (es la manera de verlo de Lucas y Rapping):

Sustituya el consumo por su expresión en la condición intratemporal. Y, sólo por conveniencia, utilice $\upsilon(L) = \log(L)$, para que $\upsilon'(L) = 1/L$. Entonces:

$$C_t = W_t L_t$$

Así, sustituyendo en la condición intertemporal:

$$E[\beta(R_{t+1}\frac{W_t}{W_{t+1}})\frac{L_t}{L_{t+1}} \mid \Omega_t] = 1$$

Lo que es pertinente para la decisión del ocio es la tasa de devolución "en unidades de salario".

Considere ahora un shock transitorio, así W_t aumenta pero W_{t+1} no cambia mucho. Entonces L_t / L_{t+1} disminuirá bruscamente. El aumento en el salario se asociará con un marcado aumento en el empleo.

Considere un shock permanente: entonces W_t/W_{t+1} es más o menos constante, e igualmente L_t/L_{t+1}.(ignorando movimientos en *R*). No hay movimientos en el empleo.

3 Resolución del modelo.

El conjunto habitual de métodos.

¿Casos especiales? Igual que antes. Asuma la producción Cobb Douglas, suponga utilidad logarítmica. Asuma la amortización completa (suponga depreciación completa).

$$K_{t+1} = Z_t K_t^{\alpha}(1 - L_t)^{1-\alpha} - C_t$$

y

$$U(C_t, L_t) = \log C_t + \phi \log L_t$$

Entonces, puede resolver explícitamente. Y la solución parece idéntica a la del modelo de referencia. *N* siempre es constante, no porque lo supongamos, sino por implicación. El efecto renta y el efecto sustitución se cancelan.

$$C_t = (1 - \alpha\beta)Y_t$$

$$N \mid \frac{\phi}{1 - N} = \frac{1 - \alpha}{1 - \alpha\beta}\frac{1}{N}$$

Esta bien pero no es útil si lo que queremos es estudiar las fluctuaciones en el empleo.

Así que es necesario pasar a las **simulaciones numéricas.** SDP, o linearización logarítmica. Campbell da una caracterización analítica completa. Thomas ha escrito el programa Matlab para el modelo logarítmico lineal. ("RBC.m" da las respuesta de impulso y los momentos y las correlaciones de las variables con producción. Juegue con él).

Vea los gráficos de RBC.m para tres valores de ρ. Se puede hacer lo mismo para elasticidades diferentes de la oferta de trabajo. O diferentes elasticidades intertemporales. Pero en estos dos casos, hay que modificar las matrices un poco. Tal vez deseen hacerlo.

(Véanse los resultados de King Rebello. Tablas 1 y 3. Y la figura 7.)

4 **Shocks tecnológicos. Evidencia.**

A priori, la noción de que haya movimientos bruscos en la frontera de la producción de trimestre en trimestre, muy correlacionados entre sectores, no es plausible. La difusión de la tecnología es estacionaria. Los grandes adelantos son raros, y es poco probable que se den en todos los sectores a la vez.

Segunda mirada:

4.1 La medida de los shocks tecnológicos

Solow sugirió un modo de medir el progreso tecnológico. La construcción del residual de Solow funciona así: Supongamos que la función de producción tiene la forma:

$$Y = F(K, N, A)$$

A es el índice de nivel tecnológico e introduce la función de producción sin restricciones. Queremos medir la contribución de A a Y . Diferenciar y volver a formular para obtener:

$$\frac{dY}{Y} = \frac{F_K K}{Y}\frac{dK}{K} + \frac{F_N N}{Y}\frac{dN}{N} + \frac{F_A A}{Y}\frac{dA}{A}$$

Supongamos ahora que las empresas fijan los precios según el coste marginal. Sea W el precio de los servicios laborales y R el precio de alquiler de los servicios de capital. Asuma que no existen costes de ajuste para el trabajo o para el capital. Entonces:

$$P = \mathrm{MC} = W/F_N = R/F_K$$

Sustituyendo:

$$\frac{dY}{Y} = \frac{RK}{PY}\frac{dK}{K} + \frac{WN}{PY}\frac{dN}{N} + \frac{F_A A}{Y}\frac{dA}{A}$$

Defina el residual Solow como $S \equiv (F_A A/Y)(dA/A)$. Sea α_K la fracción de costes de capital en producción, y α_N la fracción de costes laborales en producción. Entonces:

$$S = \frac{dY}{Y} - \frac{dX}{X}$$

donde

$$\frac{dX}{X} \equiv \alpha_K \frac{dK}{K} + \alpha_N \frac{dN}{N}$$

El residual Solow es igual al crecimiento de producción menos el crecimiento ponderado de los factores, donde los pesos son las participaciones en los beneficios y varían con el tiempo. No es necesario calcular o tener datos de la función de producción.

Si construimos el residual de este modo:

- Obtenga un residual de Solow altamente procíclico. Figura 1 de Basu.
- Obtenga un buen ajuste: a partir de datos anuales de 1960 a 1998 (periodo diferente en el gráfico de Basu):

$$\frac{dY}{Y} = 1.16\ S + 0.36\ S(-1) + \epsilon \qquad \bar{R}^2 = .82$$

Solow empleaba este método para calcular S en el transcurso de largos periodos temporales. ¿Es razonable construirlo para calcular el cambio tecnológico anual? Hay una serie de problemas. Entre ellos:

- Coste de ajuste. Si hay costes de ajuste en el capital, entonces el coste de arriendo sombra es superior/inferior que el precio de arriendo *R*. Lo mismo si hay costes de ajuste a la mano de obra. Por tanto, participaciones usando precios puede no ser adecuado.
- No hay determinación del precio en función del coste marginal. Tal vez las empresas tengan poder de monopolio, en cuyo caso, el aumento de precio μ será diferente de uno.
- Movimientos no observados en *N* o *K*. ¿Esfuerzo?

¿Utilización de capacidad?

Examine los efectos de las dos últimas;

Determinación del margen de comercialización

Supongamos

$$P = \mu \,\mathrm{MC}$$

Entonces : $P = \mu W/F_N$ o $F_N = \mu W/P$. Igualmente $F_K = \mu R/P$. Así:

$$S = \frac{dY}{Y} - \mu\frac{dX}{X}$$

Sea el residual Solow medido $\hat{S}$, el residual Solow verdadero *S*. Entonces, si μ > 1 y construimos el residual de Solow del modo ordinario, entonces sobreestimaremos el residual de Solow cuando el crecimiento de la producción/crecimiento de los factores es alto:

$$S = \hat{S} - (\mu - 1)\frac{dX}{X}$$

Figura, para μ = 1.1 y 1.2. Mucho menos procíclica.

Factores no observables

Supongamos por ejemplo que $N = BHE$, donde B es el número de trabajadores, H es las horas por trabajador y E es el esfuerzo. Siguiendo los mismos pasos anteriores y dejando a un lado la determinación del margen comercial:

$$S \equiv \frac{dY}{Y} - [\alpha_K \frac{dK}{K} + \alpha_N (\frac{dB}{B} + \frac{dH}{H} + \frac{dE}{E})]$$

Supongamos que observamos B y H pero no E, y, por tanto, medimos el trabajo (incorrectamente) por BH. Entonces, de nuevo, tenderemos a sobreestimar el residual de Solow en periodos de auge:

$$S = \hat{S} - \alpha_N \frac{dE}{E}$$

Consideraciones similares con utilización de capacidad con respecto al capital.

¿Se puede hacer de otra manera?

Supongamos que tenemos en cuenta la determinación del margen comercial y el esfuerzo no observado. Entonces:

$$S = \frac{dY}{Y} - \mu \frac{dX}{X} - \mu \alpha_N \frac{dE}{E}$$

O, de modo equivalente:

$$S = \frac{dY}{Y} - \mu \frac{dX}{X} - \mu \alpha_N \frac{dE}{E}$$

¿Podemos estimarlo y obtener una serie para el residual? Hay dos problemas:

- ¿Esfuerzo no observable *dE/E ?* Parte del término de error, probabilidad de correlacionarse con *dX/X.*

Si los costes empresariales se minimizan en todos los márgenes y pueden ajustar libremente el esfuerzo y las horas, entonces bajo supuestos verosímiles, *dE/E* y *dH/H* se desplazarán juntos, e igualmente la utilización de capacidad. Por tanto podemos calcular:

$$\frac{dY}{Y} = \mu\frac{dX}{X} + \beta\alpha_N\frac{dH}{H} + S$$

- ¿*S* correlacionado con *dX/X?* Probablemente. Con toda seguridad bajo la hipótesis RBC. Así que es necesario utilizar instrumentos: gasto de la administración en defensa, precio del petróleo, innovación de fondos federales... ¿Buenos instrumentos? Tal vez resulte más fácil en economías más pequeñas: PIB mundial.

Resultados. Basu y Fernald. Hallan el margen comercial alrededor de 1, con lo que la corrección importa poco. Pero la corrección de horas hace el residual de Solow calculado casi a-cíclico. Ver figura 3.

¿Papel de los shocks tecnológicos? Descomposición de la varianza de un VAR de un VAR bivariante en el residual estimado y el residual Solow habitual:

Contribución del shock tecnológico al residual Solow, 5% sobre el impacto, 38% tras un año, 59% tras 3 años, 66% tras 10 años.

4.2 El papel de los shocks tecnológicos en las fluctuaciones

Una vez construidas series ajustadas, podemos observar los efectos dinámicos sobre la producción, el empleo, etcétera. No he visto hacerlo hasta ahora.

Una construcción alternativa de shocks y los resultados.
Blanchard Quah, Ramey NBER WP, 2002.

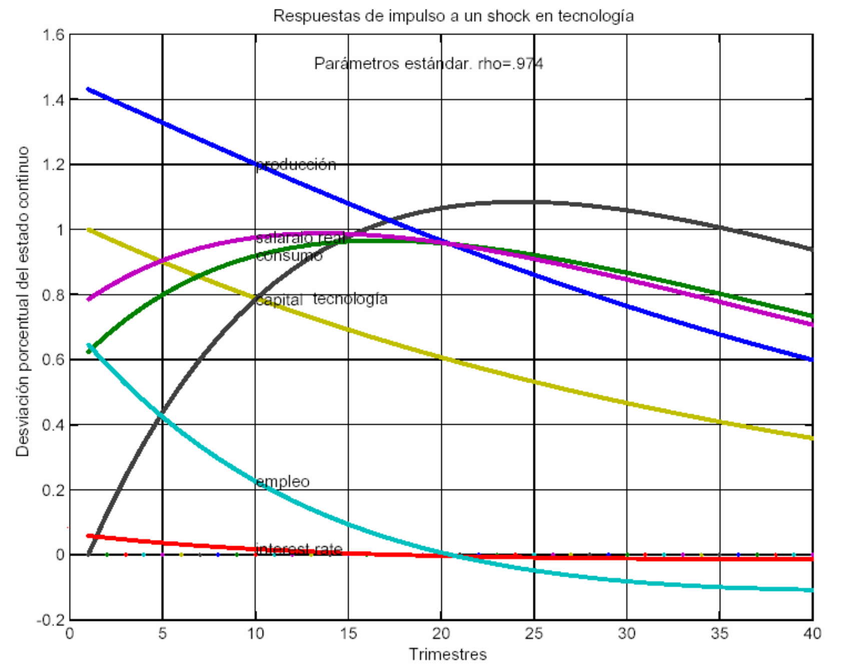
Identifique los shocks tecnológicos como aquellos con un efecto a largo plazo sobre la producción. (¿Correcto?). Técnicamente:

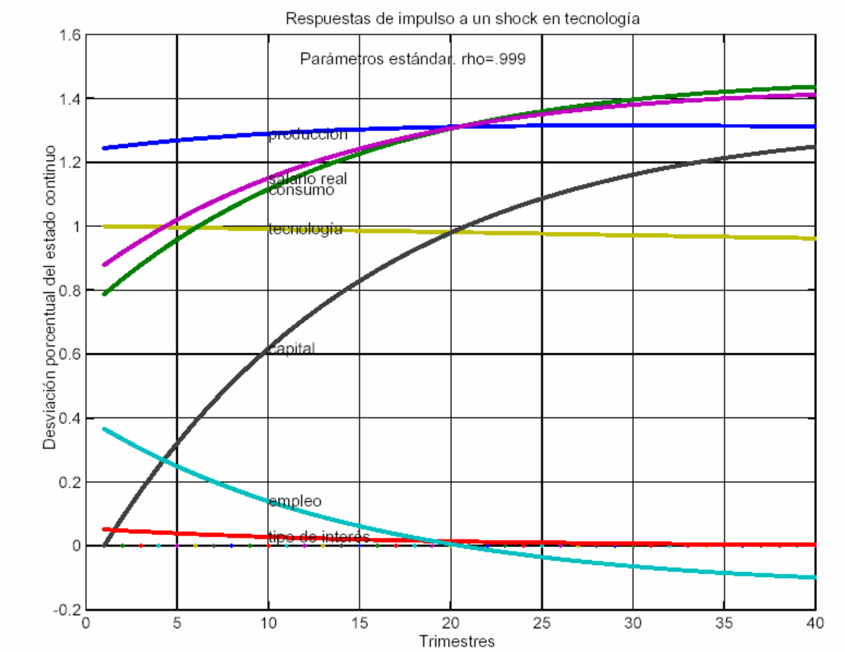
- VAR de dos VAR bivariante en $\Delta Y/Y$ y u. Estacionario. Por tanto, los shocks no inciden en las tasas de crecimiento y desempleo, aunque sí existe un efecto potencial sobre el nivel de producción.
- Asuma dos tipos de shocks: shocks con efectos permanentes sobre el nivel de producción y shocks sin efectos permanentes sobre el nivel de producción. Con esto basta para la identificación.
- Invoque los primeros shocks tecnológicos. Respuestas de impulso. Figuras 3 a 6 en BQ. ¿Tienen sentido estos efectos: negativos sobre el empleo? Sí, si la demanda importa.
- Descomposición de la varianza. Tablas 2 a 2B. Debido a shocks tecnológicos: 1% a 16% en un trimestre, 20 a 50% en 8 trimestres.

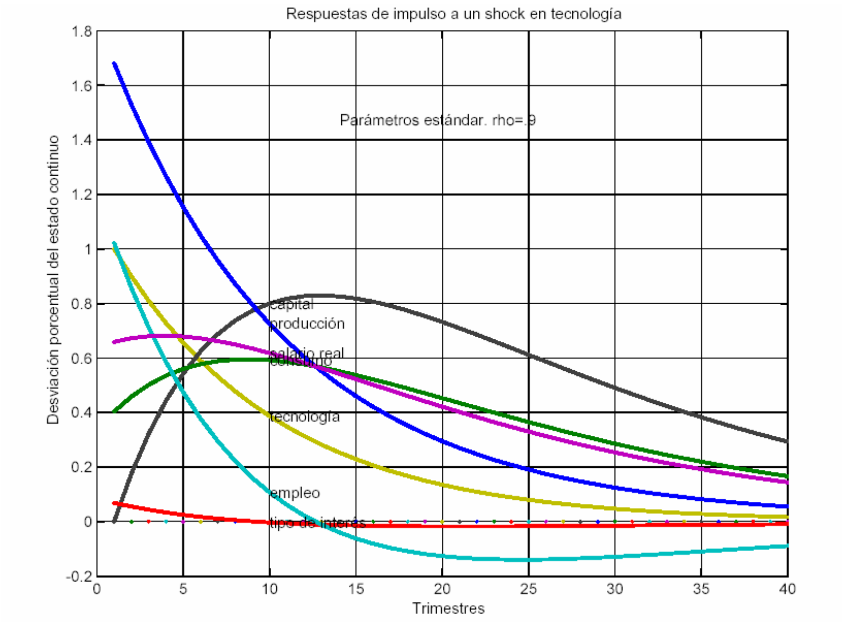
4.3 Movimientos en el empleo y la elección trabajo/ocio

¿Se deben los movimientos en el empleo de forma convincente a la elección trabajo/ocio? Importante distinguir entre no participación y desempleo.

La decisión de no participar refleja la elección trabajo en casa/trabajo. El desempleo es una decisión diferente. Las dos se mueven parcialmente juntas, pero no de forma idéntica.


Respuestas de impulso a un shock en tecnología
Parámetros estándar. rho=.974
Desviación porcentual del estado continuo
Trimestres
producción
salarario real
consumo
capital
tecnología
empleo
interest rate


Respuestas de impulso a un shock en tecnología
Parámetros estándar. rho=.999
Desviación porcentual del estado continuo
Trimestres
producción
salario real
consumo
tecnología
capital
empleo
tipo de interés


Respuestas de impulso a un shock en tecnología
Parámetros estándar. rho=.9
Desviación porcentual del estado continuo
Trimestres
capital
producción
salario real
consumo
tecnología
empleo
tipo de interés
1.8
1.6
1.4
1.2
1
0.8
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
0
5
10
15
20
25
30
35
40