Sloan School of Management
Massachusetts Institute of Technology 15.010/15.011

SOLUCIONES AL BOLETÍN NÚMERO 4

1.

a. Si se trata de mercados abiertos al libre comercio, el monopolista no puede mantenerlos separados, de ahí que las oportunidades de arbitraje supongan que $P = P_1 = P_2$. La demanda total del mercado es en este caso la suma de las demandas del Mercado 1 y del Mercado 2.

$$Q = Q_1 + Q_2$$
$$= 25 - 1/2P_1 + 50 - P_2$$
$$\mathbf{Q = 75 - 3/2\ P}$$

Lo que, reformulado, queda:

$$\mathbf{P = 50 - 2/3\ Q}$$
$$\mathbf{REV = 50Q - 2/3\ Q\text{^}2}$$
$$\mathbf{MR = 50 - 4/3\ Q}$$

Consejo para ahorrar tiempo: observe que la pendiente del MR es dos veces la de la demanda, lo que siempre ocurre con la demanda lineal. (Utilizaremos este atajo para el resto de las soluciones). Ahora, el monopolista maximiza los beneficios vendiendo la cantidad que equivale a MR = MC. MC es el derivado del coste total con respecto a $Q = Q_1 + Q_2$:

$$TC = 10(Q_1 + Q_2)$$
$$= 10Q$$
$$\mathbf{MC = 10}$$

De este modo,

$$MR = MC$$
$$50 - 4/3Q = 10$$
$$\mathbf{Q = \underline{30\ uds.}}$$

Reemplazamos el valor de Q en la ecuación de demanda y hallamos P:

$$P = 50 - 2/3(30)$$
$$\mathbf{P = \underline{30\$}}$$

Entonces, los beneficios totales serán:

$$\Pi = TR - TC$$
$$= PQ - 10(Q) \quad \text{o bien} \quad = Q\ (P\text{-}AC)$$
$$= (30)(30) - (10)(30) \quad\quad = 30\ (30\text{-}10)$$
$$\mathbf{\Pi = \underline{600\$}}$$

b. Si los mercados están geográficamente separados, el monopolista puede discriminar los precios mediante la segmentación de mercado.

Mercado 1

$Q_1 = 25 – 1/2\ P_1$, así

$\mathbf{P_1 = 50 – 2\ Q_1}$ y mediante el atajo del MR

$\mathbf{MR_1 = 50 – 4Q_1}$

$\mathbf{MC_1 = 10}$

Nuestro monopolista producirá Q_1 de modo que $\mathbf{MR_1 = MC_1}$

$50 – 4Q_1 = 10$

$\mathbf{Q_1}$ **= 10 unidades**

Sustituyendo este valor en la ecuación de demanda del mercado 1,

$P_1 = 50 – 2(10)$

$\mathbf{P_1 = 30\$}$

Mercado 2

Si repetimos el proceso:

$Q_2 = 50 – P_2$

$\mathbf{P_2 = 50 – Q_2}$

$\mathbf{MR_2 = 50 – 2Q_2}$

$\mathbf{MC_2 = 10}$

De nuevo, nuestro monopolista produce la Q_2 de modo que $\mathbf{MR_2 = MC_2}$

$50 – 2Q_2 = 10$

$\mathbf{Q_2}$ **= 20 unidades**

$\mathbf{P_2 = 30\$} = 50 - 20$

En resumen,

$\mathbf{P_1 = \underline{30\$}, Q_1 = \underline{10\ uds.}}$

$\mathbf{P_2 = \underline{30\$}, Q_2 = \underline{20\ uds.}}$

Los beneficios totales en los dos mercados serán:

$\Pi = TR – TC$

$= P_1Q_1 + P_2Q_2 – 10(Q_1 + Q_2)$

$= (30)(10) + (30)(20) – (10)(20+10)$

$\mathbf{\Pi = \underline{600\$}}$

2.

a. En el caso en que la firma venda los artículos por separado, los cálculos se resumen en la siguiente tabla:

	Ingresos	Coste	Benef.
MP3s	**1 a 96**	**15**	**81**
	2 a 30	30	30
Walkmans	**1 a 90**	**15**	**75**
	2 a 30	30	30

La solución óptima estaría representada por:

MP3s a <u>96$</u>** y **Walkmans a <u>90$</u>

Y los beneficios totales serían: **Π =** 81$ + 75$ = **<u>156$</u>**

b. En el caso de que la firma decida establecer un plan de precios conjunto, los cálculos se resumen en la siguiente tabla:

	Ingresos	Coste	Benef.
Paquete	1 a 126	30	96
	2 a 120	**60**	**180**

La solución óptima es combinar un MP3 y un Walkman a **<u>120$</u>**. De este modo, la firma venderá 2 paquetes y obtendrá un beneficio de **<u>180$</u>**

3.

a. Si Sloan cobra un precio fijo por matrícula (o "tarifa") con un precio por hora ("precio por unidad") de 0$, los estudiantes normales (N) consumirán 100 horas de clase y obtendrán cada uno un excedente del consumidor de 0,5*400*100 = 20.000$. Los adictos al trabajo (W) consumirán 200 horas de clase y obtendrán un excedente del consumidor de 0,5*400*200 = 40.000$. (Observe que el corte de precios en Q=0 es 400$ para los estudiantes normales y para los adictos al trabajo).

Sloan tiene dos opciones a la hora de cobrar un precio fijo, establecer la tarifa en 20.000$ y servir a ambos grupos de estudiantes, o poner una tarifa de 40.000$ y servir sólo a los adictos al trabajo.

Beneficios (T = $20.000) = 360*20.000 – 100*180*(100+200) – 2.000.000
= **-200.000$**

Benef. (T = <u>40.000$</u>) = 180*40,000 – 100*180*200 – 2.000.000
= <u>1.600.000$</u>

Así, Sloan establecerá la tarifa (matrícula) de 40.000$. Sólo los 180 estudiantes adictos al trabajo se matricularán.

Aparte: una forma incluso más fácil de resolver este problema habría sido que los ingresos totales sean los mismos al margen de si Sloan atrae a ambos tipos de estudiantes o sólo a los adictos al trabajo. Como existe un conste asociado a ofrecer más horas de curso, entonces, es obvio que Sloan preferirá atraer sólo a los adictos al trabajo. Pero está claro que la solución planteada más arriba también se puede aplicar a problemas en los que la solución no sea tan obvia.

b. En esta situación, de nuevo, hamos de tener en cuenta dos casos: 1) sólo se matriculan los adictos al trabajo, o 2) se apuntan ambos tipos.

Sólo los ADICTOS AL TRABAJO

Al atender sólo a un tipo de cliente con un esquema de fijación de precio dividido en dos partes, ya hemos visto en clase que el monopolista maximiza el beneficio haciendo coincidir el precio por unidad con el MC, aquí **p = 100$** , y con la tarifa para extraer todo el excedente del consumidor a ese precio. En p = 100, los adictos consumirían Q_W = 200-0,5(100) = 150 horas. Y el excedente sería 0,5(400-100)(150) = 22.500$ por adicto. Así, Sloan cobraría T=22.500$, con beneficios de

$$\Pi = 180[22,500 + 100(150) – 100(150)] – 2,000,000$$
$$= 180*22,500 – 2,000,000 = \mathbf{2.050.000\$}$$

Test de realidad (no obligatoria): en el apartado b, Sloan tiene la opción de cobrar p = 0, por lo que los beneficios aquí no deberían ser menos que el apartado a. Como 2.050.000$ > 1.600.000$, nuestra solución pasa el test de la realidad.

Ambos TIPOS DE ESTUDIANTES

Cuando el monopolista atiende a más de un tipo de cliente, no hace coincidir el precio por unidad con el MC en un esquema de fijación de precio de dos partes. Sin embargo, como hemos visto en clase la tarifa se fijará siempre para extraer todo el excedente del consumidor del tipo más bajo (los estudiantes N). En esta situación, ambos se apuntarían:

$$T = 0,5*(400 - p)*(100 - 0,25p)$$

Por tanto, podemos expresar los beneficios en función únicamente de un precio por unidad p:

Π = 360*0,5*(400-p)*(100-0,25p)	Ingresos por tarifa
+ 180*(p-100)*(100-0,25p)	Beneficio variable de ventas por unidad a los N
+ 180*(p-100)*(200-0,5p)	Beneficio variable de ventas por unidad a los W
– 2.000.000	Costes fijos

Maximizar beneficios tomando una derivada con respecto a p y estableciendo su valor en cero:

$0 = 360*0{,}5*(-100 - 100 + 0{,}5p) + 180*(100+25-0{,}5p) +$
$+ 180*(200+50-p)$
$0 = 175 - p$ (dividiendo todo por180 y reuniendo términos)
p = <u>175,00$</u>

La tarifa óptima y los beneficios de Sloan son entonces:

T = 0,5*(400-175)*(100-0,25*175) = **<u>6328,13$</u>**

Π = 360*6.328,13 + 180*(175-100)*(100-0,25*175) +
+ 180*(175-100)*(200-0,5*175) – 2.000.000
= **<u>2.556.250$</u>**

Sloan obtiene más beneficios atrayéndo a ambos tipos de estudiantes.

c. Si Sloan puede utilizar un plan diferente de fijación de precios en dos partes para cada tipo de estudiante, volvemos al escenario en el cual puede extraer todo el excedente. El precio por unidad maximizador del beneficio, iguala al MC: **p = <u>100$</u> para ambos tipos de estudiantes.**

Las tarifas óptimas para los estudiantes W y N extraen todo el excedente del consumidor a este precio:
$\mathbf{T_W}$ = 0,5*(400-100)*(200-0,5*100) = **<u>22.500$</u>**
$\mathbf{T_N}$ = 0.5*(400-100)*(100-0,25*100) = **<u>$11.250</u>**

Por tanto, los beneficios totales de Sloan ascenderán a:
Π = 180*22.500 + 180*11.250 + 0 – 2.000.000 = **<u>4.075.000$</u>**
(Observe que los beneficios por unidad son cero ya que P=MC.)

Test de la realidad (no obligatorio): en el apartado c, Sloan es capaz de extraer todo el beneficio de ambos tipos de estudiantes, por lo que aquí los beneficios no deberían ser menores que los de b. Como 4.075.000$ > 2.556.250$, nuestra solución pasa el test.

4. (a) Tenemos:

Demanda $P = (1/6)(340 - 5Q_1 - 5Q_2)$
Costes tot. $TC_1 = 30Q_1 + 0{,}5Q_1^2$
$TC_2 = 30Q_2 + 0{,}5Q_2^2$

Se propone:

1. Calcular $MC_1(Q_1)$, $MC_2(Q_2)$, y $MC_{TOT}(Q_1+Q_2)$
2. Calcular $MR(Q_1+Q_2)$
3. Obtener Q_{TOT} estableciendo $MC_{TOT}(Q_1+Q_2) = MR(Q_1+Q_2)$
4. Obtener Q_1,Q_2 estableciendo $MC_{TOT}(Q_{TOT}) = MC_1(Q_1) = MC_2(Q_2)$

Paso 1: Calcular MC

$MC_1(Q_1) = 30 + Q_1$
$MC_2(Q_2) = 30 + Q_2$

Ambas plantas tienen el mismo coste marginal inicial ($MC_1(0) = MC_2(0) = 30$), por lo que se utilizarán ambas al margen de la cantidad total que se produzca.

Para hallar la curva de coste marginal total $MC_{TOT}(Q_1+Q_2)$ a partir de $MC_1(Q_1)$ y $MC_2(Q_2)$, seguimos los pasos básicos: (a) "Invertir" la curva de MC de cada planta.

$Q_1 = -30 + MC_1$
$Q_2 = -30 + MC_2$

(b) "Añadir" estas relaciones de coste marginal invertidas (bajo la presunción de que $MC_1 = MC_2 = MC_{TOT}$):

$$Q_{TOT} = -60 + 2MC_{TOT}$$

(c) "Invertir de nuevo" para obtener el coste marginal total:

$$MC_{TOT} = (1/2)(Q_{TOT} + 60)$$

Paso 2: Calcular MR

$TR = P\,Q_{TOT} = (1/6)(340 - 5\,Q_{TOT})Q_{TOT} = (1/6)(340\,Q_{TOT} - 5Q_{TOT}^2)$
$MR = d\,TR/\,d\,Q_{TOT} = (1/6)(340 - 10\,Q_{TOT})$
(Nota: un enfoque más rápido sería simplemente "doblar la pendiente" en la relación de demanda inversa $P = (1/6)(340 - 5\,Q_{TOT})$.)

Paso 3: $MR = MC_{TOT}$ y resolver para hallar Q_{TOT}

$$(1/6)(340 - 10\,Q_{TOT}) = (1/2)(Q_{TOT} + 60)$$

Resolviendo,

$Q_{TOT} = 160/13 =$ **12,31 millones de muñecos**
$P = (1/6)(340 - 5*160/13) =$ **<u>46,41$</u>**

Paso 4: $MC_1(Q_1) = MC_2(Q_2) = MC_{TOT}(Q_{TOT}) = (1/2)(160/13+60) = 30 + 80/13$. Así,

$Q_1 = Q_2 = 80/13 =$ **6,15 millones de muñecos** en cada fábrica.

Nota: otro enfoque habría sido expresar los beneficios totales en función de Q_1 y Q_2 para luego maximizar beneficios tomando derivadas múltiples, etc. Esta solución es mucho más larga y carace de valor educativo, por lo que la omitimos.

4. (b) Tenemos:

$P = (1/6)(340 – 5(Q_1+Q_2))$ → $MR(Q_1+Q_2) = (1/6)(340 – 10(Q_1 +Q_2))$
$TC_1 = 30Q_1 + 0.5Q_1^2$ → $MC_1(Q_1) = 30 + Q_1$
$TC_2 = 10Q_2 + (5/2)Q_2^2$ → $MC_2(Q_2) = 10 + 5Q_2$

Se propone

1. Como $MC_1(0) > MC_2(0)$, producir sólo en planta 2 hasta Q^*, donde $MC_1(0) = MC_2(Q^*)$. Así, con tal de que $Q < Q^*$, $MC_{TOT}(Q) = MC_2(Q)$.
2. Comparar $MR(Q^*)$ con $MC_1(0)$. Si $MR(Q^*) > MC_1(0)$ entonces la firma producirá en ambas plantas. Si $MR(Q^*) < MC_1(0)$, entonces la firma producirá sólo en la planta 2.
3. Si la firma utiliza ambas plantas, siga los pasos a partir de 4(a) para calcular $MC_{TOT}(Q)$ para $Q > Q^*$ así como las cantidades óptimas Q_1, Q_2, Q_{TOT} y el precio P.

Paso 1: $Q^* = 4$ ya que 30+0 = 10+5*4.

Paso 2: MR(4) = 50 > 30, por lo que se producirá en ambas plantas.

Paso 3: para calcular la curva de coste marginal de la firma para cantidades superiores a Q = 4, hemos de repetir los pasos “Invertir”, “Añadir”, e “Invertir de nuevo” desde 4(a):

$$
\begin{aligned}
MC_1(Q_1) = 30 + Q_1 &\rightarrow Q_1 = -30 + MC_1 \\
MC_2(Q_2) = 10 + 5Q_2 &\rightarrow Q_2 = -2 + (1/5)MC_2 \\
&\rightarrow Q_{TOT} = -32 + (6/5)MC_{TOT} \\
&\rightarrow MC_{TOT}(Q_{TOT}) = (80/3) + (5/6)Q_{TOT}
\end{aligned}
$$

Si juntamos todo,

Si $Q_{TOT} < 4$, entonces $MC_{TOT} = 10 + 5Q_{TOT}$
Si $Q_{TOT} > 4$, entonces $MC_{TOT} = (1/6)(160+5Q_{TOT})$

Resolviendo $MC_{TOT} = MR$, obtenemos $Q_{TOT} = 12$

En $Q_{TOT} = 12$, $MC_1 = MC_2 = MC_{TOT} = (1/6)(160+60) = 36\ 2/3$. Así,

Q_1 = 6,67 millones de muñecos
Q_2 = 5,33 millones de muñecos

Por último, hallamos (1/6)(340 – 5(12)) = **<u>P = 46,67$</u>**

4. (c)

Hemos de comparar el beneficio total de los apartados (a) y (b). (Observe que las cifras de los beneficios pueden diferir algo dependiendo de cuándo y cómo se redondearon).

Beneficio del apartado (a) = Ingresos – $TC_1(Q_1)$ – $TC_2(Q_2)$
= (46,41)(12,31) – (30(6,15)+0,5(6,15)^2) – (30(6,15)+0,5(6,15)^2)

= 164.484.600$

Beneficio del apartado (b) = Ingresos – $TC_1(Q_1)$ – $TC_2(Q_2)$
= (46,67)(12) – (30(6,66)+0,5(6,66)^2) – (10(5,33)+2,5(5,33)^2)
= 213,333,333$

Los beneficios de RPI son mayores con el plan (b). Por tanto, **deberían** poner en práctica el plan del señor Warner (dado que la reorganización que propone no lleva costes asociados).