Sloan School of Management
Massachusetts Institute of Technology

Professors Berndt, Chapman, Doyle y Stoker

SOLUCIONES AL BOLETÍN NÚMERO 5

1.

a. Análisis del juego

i. ***Equilibrio de Nash***

Dos acciones constituyen un equilibrio de Nash cuando cada firma hace lo máximo posible, dada la acción de la otra. Este juego (tal y como se describe en la matriz) tiene un equilibrio de Nash único con KL estableciendo un precio de 1400 y LAL de1300. De la matriz se desprende que con p_{KL}=1400, un precio de 1300 es sin duda la mejor respuesta de LAL. Un argumento similar vale para KL. Para cualquier otro conjunto de precios, al menos una firma obtendría mejores resultados cambiando su precio.

ii. ***Estrategia dominante***

Una firma tiene una estrategia dominante cuando un solo nivel de precios maximiza sus beneficios, al margen del precio de la otra firma. En este caso, ninguna de estas firmas tiene esta estrategia: no existe un nivel de precios que LAL pueda escoger y así maximizar sus beneficios, al margen de la reacción de KL y viceversa.

iii. ***Estrategia maximin***

La estrategia maximin de una firma es el precio que maximiza su mínimo beneficio posible, esto es, que maximiza su beneficio asumiendo que la otra firma actúa precisamente del modo que usted considera peor. Esto significa que KL pondría un precio de 1100 a su producto, porque este nivel maximiza su beneficio mínimo (que en este caso es 254). Del mismo modo, LAL pondría un precio de 1000, maximizando así su pago mínimo de 124. Por tanto, el conjunto maximin de estrategias sería 1100, 1000 y los beneficios 423 para KL y 310 para LAL. Su aversión al riesgo les ha forzado a encontrarse lejos de los precios óptimos.

iv. ***Colusión contractual***

Si las dos firmas pueden celebrar un contrato que especifique sus precios y una transferencia, entonces cualquier contrato óptimo debe especificar aquellos precios que maximicen la suma de sus beneficios (ya que si no las firmas podrían mejorar el contrato cambiando a los precios que maximicen los beneficios conjuntos y elegir la transferencia para repartir los beneficios a partes iguales).

Luego la transferencia determinará cómo se reparte el beneficio conjunto, lo que se realizará mediante negociación y es difícil de predecir.

Si las firmas no pueden incluir una transferencia en su contrato, entonces no es preciso que maximicen sus beneficios conjuntos. Podrían acordar sacrificar algunos beneficios para hacer el reparto más equitativo. (Observe que antes los asuntos de equidad siempre se podían tratar mediante la transferencia). Podemos, sin embargo, limitar bastante el número de contratos posibles del siguiente modo. Un conjunto de precios no puede ser óptimo si existe un conjunto alternativo de precios que dé a ambas firmas beneficios más altos (esto es, en lenguaje económico, si existe un conjunto de precios que Pareto domine). Por lo que el contrato óptimo ha de ser uno de los siguientes:

p_{LAL}	p_{KL}
1900	1700
1900	1800
1900	1900
1800	1900
1700	1900
1600	1900

v. ***Compromiso***

A LAL le gustaría poder comprometerse a un precio. En concreto, si pudiese comprometerse a fijar un precio de 1500, saldría mejor parada que bajo el equilibrio de Nash: la mejor respuesta de KL es tambien fijar un precio de 1500, lo que da a LAL un beneficio (bruto) de 1028, superior a su beneficio bajo el equilibrio de Nash. (Observe, sin embargo, como su beneficio sería aún mayor si fuese KL el que pudiese comprometerse. KL se comprometería a 1700, a lo que LAL respondería con 1500 para tener un beneficio de1542).

Si pudiese, LAL preferiría comprometerse a igualar siempre los precios de KL prices. En ese caso, el precio óptimo de KL es 1900, lo que da a LAL un beneficio de 1652).

vi. ***¿Qué debería hacer LAL?***

LAL tiene varias opciones. Probablemente la mejor solución sería coludir (enviando la señal de que si KL decide vender a 1900, LAL igualará el precio), lo que podría sustentarse con la promesa de igualar la mejor oferta de cualquier competidor.

En el caso de que esta solución resulte insostenible – porque KL haga trampas o LAL no pueda resistir la tentación de engañar también – la mejor alternativa es ofrecer la fijación de precios en equilibrio de Nash, ya que es el único comportamiento sostenible para LAL.

b. Tamaño doble del mercado

Si el mercado se duplica, toda la matriz de precios cambia linealmente, ya que las aportaciones se calculan empleando las dos fórmulas siguientes:

$$\text{Aportaciones}_{LAL} = (P_{LAL} - 841\$)\ (\text{Tamaño del mercado})\ (\text{Cuota del mercado}_{LAL})$$

$$\text{Aportaciones}_{KL} = (P_{KL} - 883\$)\ (\text{Tamaño del mercado})\ (\text{Cuota del mercado}_{KL})$$

Mientras que los pagos totales cambian, las estrategias de fijación de precios óptimos y, por lo tanto, el equilibrio de Nash permanecen invariables.

2.

a. Para resolver este ejercicio hemos de calcular las curvas de reacción que cada empresa afronta en el momento de fijar las cantidades óptimas producidas en el sector de las aerolíneas.

i. Cuando las funciones de coste son las mismas, la solución es como sigue:

Curva de demanda: $P = 100 – Q$

Cantidad total producida: $Q = Q_{AA} + Q_{TA}$

Costes marginales: $MC_{AA} = MC_{TA} = 40$

Por tanto, el problema para *American Airlines* es maximizar beneficios, cuando:

$$\begin{aligned} \text{Ingresos} &= R = P^*\, Q_{AA} = (100 – Q)\, Q_{AA} \\ &= (100 - Q_{AA} - Q_{TA})\ Q_{AA} \\ &= 100\, Q_{AA} - Q_{AA}^2 – Q_{TA}\ Q_{AA} \end{aligned}$$

Por tanto, los ingresos marginales son:

$$dR / dQ_{AA} = MR_{AA} = 100 – 2\, Q_{AA} – Q_{TA}$$

La cantidad óptima se alcanza cuando MR = MC. Para *American Airlines* tenemos:

$100 – 2\, Q_{AA} – Q_{TA} = 40$, o

$\underline{Q_{AA} = 30 – ½\, Q_{TA}}$

Teniendo en cuenta que ambas compañías tiene la misma curva de demanda y que tiene curvas de coste idénticas, la curva de reacción de *Texas Airlines* será idéntica a la de *American Airlines*:

$\underline{Q_{TA} = 30 – ½\, Q_{AA}}$

El equilibrio Cournot-Nash requiere que ambas firmas produzcan de acuerdo a sus curvas de reacción, lo que supone que las cantidades óptimas Q_{AA} y Q_{TA} se obtendrán ajustando las dos curvas para que ambas sean iguales:

$$\begin{aligned} Q_{AA} &= 30 – ½\, Q_{TA} = 30 – ½\,(30 – ½\, Q_{AA}) \\ &= 30 – 15 + ¼\, Q_{AA} \Leftrightarrow .75\, Q_{AA} = 15 \end{aligned}$$

$\underline{\mathbf{Q_{AA} = 20}}$

Y: $\underline{\mathbf{Q_{TA} = 30 - ½ * 20 = 20}}$
Por tanto: $\mathbf{Q} = 20 + 20 = \mathbf{40}$
$\mathbf{P} = 100 - 40 = \mathbf{60}$
$\mathbf{\Pi_{AA}} = P*Q_{AA} - TC(Q_{AA}) =$
$\mathbf{\Pi_{TA}} = P*Q_{TA} - TC(Q_{TA}) = 60 * 20 - 40 * 20 = \mathbf{400}$

ii. Si *Texas Airlines* tiene ahora el beneficio de un coste marginal más bajo (y *American Airlines* lo sabe), el problema cambia ya que *Texas Airlines* tendrá una nueva curva de reacción, mientras que *American* aún calculará su producción óptima utilizando la misma ecuación ($\underline{\mathbf{Q_{AA} = 30 - ½ Q_{TA}}}$)

El problema de *Texas Airlines* es ajustar los Ingresos Marginales para que sean iguales a los Costes Marginales. En números:
$MR_{TA} = MC_{TA} \Leftrightarrow 100 - 2\, Q_{TA} - Q_{AA} = 25 \Leftrightarrow$ La nueva curva de reacción es : $\mathbf{Q_{TA} = 37.5 - ½\, Q_{AA}}$

Por tanto, el nuevo equilibrio Cournot-Nash viene dado por:
$Q_{TA} = 37{,}5 - ½\, Q_{AA} = 37{,}5 - ½\,(30 - ½\, Q_{TA})$
$= 37{,}5 - 15 + ¼\, Q_{TA}$
$0{,}75\, Q_{TA} = 22{,}5$
$\mathbf{Q_{TA} = 30}$ y $\mathbf{Q_{AA}} = 30 - ½ * 30 = \mathbf{15}$

La producción total será: $\mathbf{Q} = 30 + 15 = \mathbf{45}$
$\mathbf{P} = 100 - 45 = \mathbf{55}$

$\mathbf{\Pi_{AA}} = P*Q_{AA} - TC(Q_{AA}) = 55 * 15 - 40 * 15 = \mathbf{225}$
$\mathbf{\Pi_{TA}} = P*Q_{TA} - TC(Q_{TA}) = 55 * 30 - 25 * 30 = \mathbf{900}$

iii. Si TA licencia el proceso a AA, ambas firmas tienen la curva de reacción antedicha $Q_x = 37.5 - Q_y/2$. El nuevo equilibrio Cournot-Nash viene dado entonces por:
$Q_{TA} = 37{,}5 - ½\, Q_{AA} = 37{,}5 - ½\,(37{,}5 - ½\, Q_{TA})$
$= 37{,}5 - 18{,}75 + ¼\, Q_{TA}$
$0{,}75\, Q_{TA} = 18{,}75$
$\mathbf{Q_{TA} = 25}$ y $\mathbf{Q_{AA}} = 30 - ½ * 30 = \mathbf{25}$

La producción total será: $\mathbf{Q} = 25 + 25 = \mathbf{50}$
$\mathbf{P} = 100 - 50 = \mathbf{50}$

$\mathbf{\Pi_{AA}} = P*Q_{AA} - TC(Q_{AA}) = (50-25)*25 = \mathbf{625}$
$\mathbf{\Pi_{TA}} = P*Q_{TA} - TC(Q_{TA}) = (50-25)*25 = \mathbf{625}$

Texas Airline pierde 275 en beneficios. Es el precio mínimo que está dispuesta a aceptar para compartir su tecnología. *American* gana 400 en beneficios. Es el precio maximo que está dispuesta a pagar. Por tano, las firmas debería acordar un precio de licencia entre 275 y 400. (Observe que no siempre es preciso que las firmas estén dispuestas a compartir tecnología. Es fácil ver que con la competencia perfecta de Bertrand, una empresa nunca querría compartir su tecnología aunque fuese beneficioso para el conjunto de la sociedad).

b.

i. Las ecuaciones de beneficio bruto son:

$\Pi_{LAL} = 3.9\ (p_{LAL} - 841)\ (400+p_{KL}-p_{LAL})$

$\Pi_{KL} = 3.9\ (p_{KL} - 883)\ (600+p_{LAL}-p_{KL})$

ii. Las condiciones de primer orden son:

$(400+p_{KL}-p_{LAL}) - (p_{LAL} - 841) = 0$ o $p_{LAL} = (400+841+p_{KL})/2$

$(600+p_{LAL}-p_{KL}) - (p_{KL} - 883) = 0$ o $p_{KL} = (600+883+p_{LAL})/2$

Combinando las dos ecuaciones tenemos:

$p_{LAL} = 1321{,}667$ y $p_{KL} = 1402{,}333$

3.

a. Esta es la matriz de pagos (en millones de dólares):

	Steele	
Magna	Entrega inmediata	Entrega lenta
Compra todo	2,3	-5,4
Compra parte	1,1	-1,2

b. Estrategias dominantes:

- **Magna:** Si Steele ofrece entrega inmediata, Magna prefiere comprar todo. Si Steele no ofrece entrega inmediata, Magna prefiere comprar parte. Así, *Magna no tiene una estrategia dominante*
- **Steele:** Si Magna cursa todo el pedido a Steele, entonces Steele prefiere la entrega lenta. Lo mismo sucede si Steele sólo cursa un pedido de parte del aluminio. Así, *Steele tiene una estrategia dominante: la entrega lenta*.

c. Dado que Steele tiene la estrategia dominante al suministrar la entrega lenta, Magna sólo comprará parte del aluminio a Steele. El equilibrio de Nash será (Comprar Parte, Entrega lenta), con un pago de (-1,2).

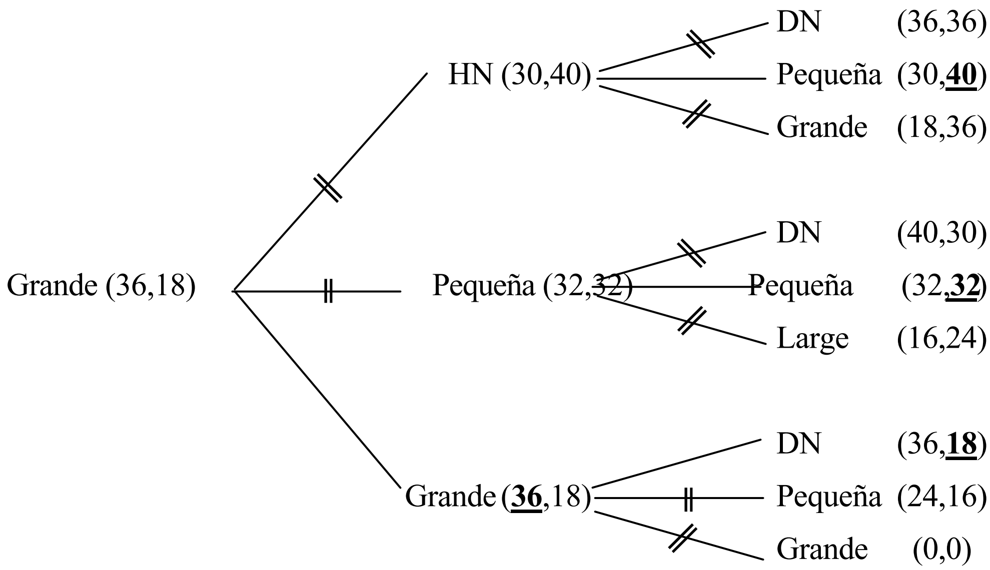
4.

a. Chip

Dale	DN	Pequeña	Grande
DN	36m$, 36m$	30m$, **40m$**	**18m$**, 36m$
Pequeña	**40m$**, 30m$	**32m$**, **32m$**	16m$, 24m$
Grande	36m$, **18m$**	24m$, 16m$	0m$, 0m$

El equilibrio de Nash en este juego es que Chip y Dale acometan una ampliación pequeña.

b. Si Dale actúa primero, éste es el árbol resultante:



Dale decidirá una ampliación grande y Chip optará por no expandirse. El pago resultante será (36,18).

c. Si Chip actúa primero, el resultado será exáctamente el contrario (porque la matriz de pagos es simétrica). Por tanto, Chip decidirá una ampliación grande y Dale optará por no expandirse.