

# Trabajo en casa 1

15.053 Introducción a la optimización  
Para entregar al inicio de la clase del jueves 14 de febrero de 2002

## 1. Formulaciones de PL

- Dé un ejemplo de una programación lineal para 2 variables que tenga una solución óptima.
- Dé un ejemplo de una programación lineal para 2 variables que no tenga una solución factible.
- Dé un ejemplo de una programación lineal para 2 variables que tenga múltiples soluciones óptimas.
- Dé un ejemplo de una programación lineal para 2 variables sin cotas superiores.  
(Asuma que estamos maximizando).

**No utilice ejemplos del libro, aunque puede utilizar ejemplos similares.**

- Horario de los empleados de correos.** En la oficina de correos local, el personal trabaja cinco días seguidos, descansa dos y este horario se repite todas las semanas. Así, un empleado goza de los mismos dos días libres consecutivos cada semana (p. ej., domingo y lunes). La demanda de personal se ilustra en la tabla mostrada. Cada día se deben satisfacer o superar los requisitos de la tabla. Las cifras reflejan el número total de empleados que tiene que haber ese día. El coste de la mano de obra es 250\$ por día de la semana, 275\$ los sábados y 300\$ los domingos.

Día	Lun.	Mar.	Miér.	Jue.	Vie.	Sab.	Dom.
Demanda	17	13	15	19	14	16	11

- Formule un programa lineal que minimice el coste total del personal de correos necesario para cumplir con las exigencias diarias. Nota: el número de trabajadores es entero, pero para los fines de este ejercicio, se puede aceptar un número fraccionario de trabajadores que empiece cualquier día.
- Utilice la hoja de Excel Solver (llamada "2 Postal Workers" en Homework\_01.xls) que se proporciona en el sitio web como punto de partida para resolver esta PL. (Será necesario que instale Excel Solver en su computadora. Revise las instrucciones de uso de Excel Solver). Nota: Excel Solver está configurado para minimizar el número de trabajadores. Tendrá que ajustar la PL para que minimice el coste total de los trabajadores.
- ¿En qué se diferenciaría la solución si el número de trabajadores requeridos el jueves fuera 18?
- Modifique la hoja para que halle la solución con el coste mínimo sujeto a la restricción adicional de que el número de trabajadores que empieza el sábado es al menos 2 al igual que el número de trabajadores que empieza el domingo.
- Desarrolle un programa lineal basado en la siguiente versión teórica del problema del cartero.

En la oficina de correos local, el personal ha de cumplir un horario de  $n$  periodos. El horario se repite periódicamente. Hay  $n$  posibles cambios de turno, uno que comienza en cada uno de los  $n$  periodos. Sea  $a_{ij} = 1$  si el personal del turno  $j$  trabaja durante el periodo  $i$ . Sea  $d_i$  la demanda de personal en el periodo  $i$ . Sea  $c_i$  el coste de un empleado durante el periodo  $i$ . Por lo tanto, el coste de un periodo es la suma de los costes de los empleados en los periodos del turno. Expresé como un programa lineal el problema de minimizar el coste de la mano de obra para satisfacer o exceder la demanda en cada periodo. Para las variables de decisión, permita que  $x_j$  indique el personal que trabaja en el turno  $j$ . Sea  $f_j$  el coste por empleado en el turno  $j$ . Indique claramente qué es  $f_j$  en términos de los valores  $c$ .

### 3. Promotora inmobiliaria

Una promotora inmobiliaria está planificando un nuevo complejo de apartamentos. Se pueden construir tres tipos de unidades: apartamentos de uno, dos y tres dormitorios. Cada apartamento de un dormitorio requiere 700 pies cuadrados, los de dos dormitorios requieren 800 y los de tres 1.200.

La promotora está interesada en tener diversos tipos de apartamentos en el complejo. Piensan que el número de apartamentos de un dormitorio debería estar entre el 15% y el 50% del número total. Del mismo modo, los de dos dormitorios deberían representar entre el 10% y el 50% del número total y los de tres dormitorios entre un 0% y un 25% del número total de apartamentos.

Las normas de urbanización locales no permiten construir más de 42 unidades en esta ubicación en particular y restringen el suelo urbanizable a 41.000 pies cuadrados.

La promotora ya tiene comprometido el alquiler de 5 unidades de un dormitorio y de 8 de dos dormitorios a una agencia de alquiler local que es un “socio inactivo” en esta empresa. Los estudios de mercado muestran que los apartamentos de un dormitorio se alquilan por 650\$ al mes, los de dos dormitorios por 750\$, y los de tres por 950\$. Supongamos que el socio inactivo pague la cifra de mercado por estos apartamentos.

- Formule el problema anterior como un programa lineal. Sea  $x_1$ ,  $x_2$ ,  $x_3$  el número de apartamentos de 1 dormitorio construidos, el número de apartamentos de 2 dormitorios y el número de 3 apartamentos construidos.
- Utilice Excel Solver para elaborar un plan de construcción. Encontrará la hoja de cálculo en la hoja denominada “3 Apartment Developer” en Homework\_01.xls. ¿Cuál es la solución si el tamaño de los apartamentos de un dormitorio fuera sólo 650 pies cuadrados? ¿Cuál es la solución si el tamaño de los apartamentos de un dormitorio fuera 700 pies cuadrados y se exige que la proporción de apartamentos de un dormitorio sea al menos un 25% del total?
- ¿Cuál sería la solución si exigiésemos que el número máximo de apartamentos de 3 dormitorios sea como máximo el 30% del total (en lugar del 25% del total).
- Redacte un programa lineal basado en la siguiente versión teórica y abreviada del problema 3.

Una promotora inmobiliaria está planificando un nuevo complejo de apartamentos. Se pueden construir  $K$  tipos de unidades: Las del tipo  $i$  requieren  $s_i$  pies cuadrados y un alquiler de  $\$c_i$ .

La promotora quiere tener diversos tipos de apartamentos en el complejo. Piensan que el número de unidades del tipo  $i$  debería ser al menos  $l_i$  % del total y como máximo  $u_i$  % del total.

Las normas de urbanización locales no permiten construir más de  $B$  unidades en esta ubicación concreta y restringen el suelo urbanizable a un máximo de  $S$  pies cuadrados. (Halle con claridad las variables de decisión y utilice la notación sumatoria para expresar la programación lineal).

4. **Horarios de vuelos.** Considere los siguientes cuatro segmentos de vuelo, forman parte del horario de una línea aérea en la que se producen miles de vuelos al día.

Nº de vuelo	Salida	Llegada
1A	Boston 8 AM	Chicago 10:15 AM
1B	Chicago 10:45 AM	San Francisco 12:15 PM
2A	Nueva York 7:45 AM	Chicago 10:15 AM
2B	Chicago 10:45 AM	Los Ángeles 12:15 PM

Cada avión tiene 200 asientos y los asientos se adjudican por vuelo. Partiendo de estos cuatro vuelos se pueden obtener 8 itinerarios distintos. Boston-Chicago, Boston - San Francisco, Boston - Los Ángeles, Nueva York - Chicago, New York - San Francisco, New York - Los Ángeles, Chicago - San Francisco y Chicago - Los Ángeles. Las tarifas y solicitudes de vuelo se muestran en la tabla más abajo (en la siguiente página). Considere el problema de adjudicar asientos en los vuelos a itinerarios de modo tal que no se asignen más de 200 asientos en cada vuelo y que no se supere la demanda de ningún itinerario, todo ello con el fin de maximizar los ingresos.

- Formule este problema como un programa lineal. Para las variables de decisión, sea  $x_{BC}$  el número de personas en el itinerario de Boston a Chicago y sea  $x_{BS}$  el número de personas en el itinerario de Boston a San Francisco, etc. También, sea  $y_{BC}$  el número de personas en el vuelo de Boston a Chicago y sea  $y_{CS}$  el número de personas en el vuelo de Chicago a San Francisco, etc. (Nota: sería posible formular este problema sin las variables  $y$ , pero sería muy difícil hacerlo sin las variables  $x$ . El motivo de que las variables  $y$  resulten útiles en la práctica es que el conjunto óptimo de variables de decisión se almacenan en una base de datos y es útil tener las variables  $y$  en una base de datos para consultas posteriores).
- Resuelva el problema con Excel. Encontrará la hoja de cálculo en la hoja denominada “4 Flight Schedulings” en “Homework\_01.xls”. En la práctica, debería tratarse de un programa entero en el que haya un número entero de personas adjudicadas a cada itinerario. Sin embargo, para los fines de este ejercicio se permiten adjudicaciones fraccionarias.
- ¿Cuál sería la solución óptima si los aviones pudiesen llevar a 210 pasajeros en lugar de a 200?
- ¿Cuál sería la solución óptima si cada vuelo pudiese llevar 200 pasajeros y cada itinerario tuviese que tener al menos 15 asientos asignados?

<b>Itinerario</b>	<b>Tarifa y demanda</b>	
<b>B-C</b>	<b>200\$</b>	<b>50</b>
<b>B-SF</b>	<b>320\$</b>	<b>110</b>
<b>B-LA</b>	<b>400\$</b>	<b>130</b>
<b>NY-C</b>	<b>250\$</b>	<b>88</b>
<b>NY-SF</b>	<b>410\$</b>	<b>125</b>
<b>NY-LA</b>	<b>450\$</b>	<b>85</b>
<b>C-SF</b>	<b>200\$</b>	<b>73</b>
<b>C-LA</b>	<b>250\$</b>	<b>51</b>

e. Formule un programa lineal basado en la siguiente versión abreviada y teórica del problema 4.

Una línea aérea desea maximizar sus ingresos. Hay  $n$  itinerarios diferentes y  $m$  vuelos diferentes. Sea  $a_{ij} = 1$  si el vuelo  $i$  es uno de los vuelos del itinerario  $j$ . La demanda del itinerario  $j$  es  $d_j$ . El número total de personas que caben en el vuelo  $i$  es como máximo  $u_i$ . Los ingresos por pasajero en el itinerario  $j$  son  $r_j$ . Formule el problema de adjudicar asientos en los vuelos a itinerarios de modo tal que no se den más de  $u_i$  asientos en el vuelo  $i$ , con el fin de que no se exceda la demanda de ningún itinerario y se maximicen los ingresos.