Trabajo en casa 2

15.053 Introducción a la optimización
Para entregar al comienzo de la clase del jueves 21 de febrero de 2002

Consejos para comprobar errores: en la mayoría de los problemas proporcionamos ciertos datos sobre la solución que sirven para ayudarle a determinar si su respuesta es o no acertada; no obstante, dicha información no le servirá de orientación para encontrar la respuesta correcta. La finalidad es permitirle detectar descuidos cometidos por su parte y evitar que los traslade a las preguntas subsiguientes. Por ejemplo, si la respuesta óptima a una PL es 546, tal vez digamos que la suma de los dígitos es 15, o que es un número de 3 dígitos que termina en 6.

1. (Winston, Investigación Operativa). Leary Chemical fabrica tres productos químicos: A, B y C. Estas sustancias se obtienen a través de dos procesos de producción: proceso 1 y proceso 2. Activar el proceso 1 durante una hora cuesta 4 $ y da como resultado 3 unidades del producto químico A, 1 unidad del producto B y 1 del C. Activar el proceso 2 durante una hora cuesta 1 $ y produce 1 unidad del producto A y 1 unidad del B. Para satisfacer las exigencias del cliente, se deben producir diariamente al menos 10 unidades de A, 5 unidades de B y 3 unidades de C.

a. Formule el problema como una PL cuya solución establezca un plan de producción diaria para Leary Chemical que minimice el coste de satisfacer las demandas diarias.
b. Determine gráficamente un plan de producción diaria que minimice el coste de satisfacer las demandas diarias de Leary Chemical. (Consejo para comprobar errores: el valor de la solución óptima es un número entero cuyos dígitos suman 5).
c. Halle el coste más bajo y el más alto del proceso 1 para que la solución del apartado b siga siendo óptima. Se supone que el resto de los datos no cambian.
d. Suponga que las necesidades del cliente del producto A aumentan a $10+\Delta$. ¿Cómo influye en el coste general como una función lineal de Δ? ¿Qué valor máximo puede alcanzar Δ para que la respuesta siga siendo correcta?

2. (Wagner, Principios de la Investigación Operativa) El señor Dustin Jacquette (alias Dusty), es el jefe de producción de la empresa de comidas congeladas Eye-to-I Brand, que procesa patatas y las prepara para cocinar como patatas fritas, patatas con cebolla, y copos (para puré de patatas). Al principio del proceso de fabricación, la patata cruda se clasifica por su tamaño y calidad y a continuación se distribuye en líneas de producción separadas.

Dusty obtiene las patatas de dos fuentes, que difieren en sus producciones de varios tamaños y calidad. Las características de la producción se muestran en la Figura 1.1. Observe que en la fuente 1, hay una producción del 20% de patatas fritas, un 20% de patatas con cebolla y un 30% de copos; el 30% restante son desperdicios no recuperables. Las cifras de los copos y los desperdicios son también de un 30% en la fuente 2, pero la producción de patatas fritas es relativamente mayor.

Producción en ton.	Fuente 1	Fuente 2	Limitaciones en venta
Patatas fritas	.2	.3	1.8
Patatas con cebolla	.2	.1	1.2
Copos	.3	.3	2.4
Desperdicios	.3	.3	
Beneficio por ton.	$50	$60	

a. Formule el problema como una PL cuya solución establece el número de toneladas de patatas de la fuente 1 y de la fuente 2 para maximizar el beneficio total.
b. Indique gráficamente la compra óptima de patatas de la fuente 1 y de la fuente 2. (Consejo para comprobar errores: el valor óptimo es un número entero cuyos dígitos suman 9).
c. ¿Hasta dónde puede llegar el beneficio obtenido de la fuente 1 para que la solución del apartado b siga siendo óptima? (Consejo para comprobar errores: el valor es divisible por 10).
d. Suponga que la demanda de patatas fritas del cliente disminuye de 1,8 a 1,8 - Δ. ¿Cómo influye en el coste general como una función lineal de Δ? ¿Qué valor máximo puede alcanzar Δ para que la respuesta siga siendo correcta?

3. Reduzca la siguiente PL a la forma estándar

$$\begin{array}{llcrcrcrcr}
\text{Minimizar} & x_1 & + & 2x_2 & - & 5x_3 & & \\
\text{s.a.} & -x_1 & + & x_2 & & & \leq & -2 \\
 & 2x_1 & + & & & x_3 & \leq & 5 \\
 & x_1 & + & x_2 & + & x_3 & \geq & 3 \\
 & 3x_1 & - & x_2 & + & x_3 & = & 0
\end{array}$$

$x_1, x_2 \geq 0.$ x_3 sin restricciones.

4. **(Bradley, Hax & Magnanti, Programación Matemática Aplicada)**.

Dado

$$\begin{array}{rrrrrcr}
-z & & & & +10x_4 & = & -32 \\
 & x_1 & & & +2x_4 & = & 8 \\
 & & x_2 & & +3x_4 & = & 6 \\
 & & & x_3 & +8x_4 & = & 24
\end{array}$$

$x_j \geq 0$ para $j = 1, 2, 3,$ y 4

a. ¿Cuál es la solución óptima para este problema?
b. Cambie el coeficiente de x_4 en la ecuación z a -3. ¿Cuál es ahora la solución óptima?
c. Cambie a negativo el signo en todos los coeficientes x_4. ¿Cuál es ahora la solución óptima?

5. Considere el problema número 2 de este trabajo.

   a. Redúzcalo a la forma estándar. (Pista: hay tres 3 variables adicionales).
   b. Halle una solución factible básica inicial. Señale las variables básicas y no básicas.¿Qué significa esta decisión en términos de las variables de decisión del problema?
   c. ¿Cuál es el valor objetivo de la solución factible básica inicial? ¿Es óptimo? ¿Por qué? (Pista: compare su respuesta con la respuesta en el problema 2)
   d. Si no es óptimo realice operaciones de pivotaje hasta que se logra la optimalidad. Muestre todos los pasos.
   e. Escriba la solución óptima en términos de la variables en la fórmula PL en su forma estándar. Escriba el valor objetivo óptimo. Identifique las variables básicas y no básicas de la solución óptima. Compárelo con su respuesta en el problema 2.