Trabajo en casa 9

15.053 Introducción a la optimización

Para entregar al inicio de la clase del jueves 9 de mayo de 2002.

1. BHM, pág. 491, problema 4.

2. La legislatura de un estado tiene R representantes. El estado se divide en s distritos, donde el Distrito j tiene una población de p_j y $s < R$. Conforme a la representación proporcional estricta, el Distrito j obtendría $\frac{Rp_j}{\sum_{i=1}^{s} p_i} = r_j$ representantes. Sin embargo, esta distribución no es factible, porque es posible que r_j no sea un valor entero. El objetivo es asignar y_j representantes al distrito j para $j = 1,2,...,s$ para minimizar la suma de las diferencias entre y_j y r_j sumadas en todos los distritos

a) Formule el modelo en términos de una recursión de programación dinámica. Pista: sea F(k, t) la suma mínima de las diferencias entre y_j y r_j sumados en los primeros distritos k si se distribuyen exactamente t representantes. Así, $F(1, t) = | t - r_1|$ para cada t = 0 a R. (Si esto no es obvio, vuelva a verificar la notación). Escriba una recursión para F(k, t) para $2 \leq k \leq s$ y para t = 0 a R.

b) Aplique su recursión a hallar la solución óptima cuando $R = 4$, $s = 3$, y $r_1 = 0.4$, $r_2 = 2.4$, y $r_3 = 1.2$.

3.

a. BHM, pág. 490, problema 3.

b. Generalice el problema anterior para el caso en el que hay n proyectos que tienen un plazo de finalización de $t_1, t_2, ..., t_n$. La dirección quiere asignar D$ a reducir el plazo. Para el proyecto i, adjudicar j dólares reduce el plazo de ejecución a u_{ij} (En otras palabras, la generalización de la Tabla E11.1 es ana tabla de tamaño D x n, donde la entrada $(i,j)^{\text{ésima}}$ de la tabla es u_{ij}.). Formule una recursión que resuelva el problema generalizado.

4. Suponga que un párrafo contiene 100 palabras. Un procesador de texto puede diseñar cada línea del párrafo con 7, 8 o 9 palabras, salvo en la última línea, que puede tener cualquier número de palabras de 1 a 9. (Asuma para este problema que cada diseño es razonable).

   Sea f(j) el número de diseños de las primeras palabras j, asumiendo que la j-ésima palabra es la última palabra de alguna línea. Así, f(j) = 0 para j = 0 a 6. f(7) = f(8) = f(9) = 1. Escriba una recursión para f(j) para j = 10 a 99. Escriba también una fórmula diferente para f(100) ya que la línea que contiene la palabra 100 puede tener menos de 7 palabras. Verifique la recursión para f(j) para j = 10 a 16. Debería dar como resultado f(14) = 1, f(15) = 2, y f(16) = 3. (Las dos primeras líneas podrían tener 16 palabras de tres modos diferentes: 7 palabras seguidas de 9, 8 palabras seguidas de 8, o 9 palabras seguidas de 7).

Por cierto que f(100) = 592.686, es decir, multitud de formas de diseñar un párrafo.