

## 15.053 Parcial

Lunes, 15 de octubre de 2001

(sin textos)

1. Responda a todas las preguntas en los cuadernillos de examen.
2. Controle el tiempo. Si un problema (o uno de sus apartados) le lleva mucho tiempo, le convendrá pasar al siguiente.
3. Para ahorrar tiempo, puede limitarse a indicar las operaciones aritméticas que es preciso realizar. Por ejemplo, escribir  $24 \times 26$ , en vez de 624.

1. (55 puntos, 6 puntos por apartado, excepto el apartado d), que vale 7 puntos).  
 Observe la siguiente tabla de programación lineal inicial para un problema de **maximización**.

z	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>	x <sub>6</sub>	Lado derecho	
-1	0	0	0	w <sub>4</sub>	-1	w <sub>6</sub>	0	(1)
0	0	1	0	2	4	2	8	(2)
0	0	0	1	-1	-1	1	2	(3)
0	1	0	0	1	3	-1	5	(4)

Los coeficientes w<sub>4</sub> y w<sub>6</sub> son incógnitas.

- ¿Cuál es la solución factible básica asociada a esta tabla? Halle los valores de **todas** las variables de decisión así como del valor objetivo.
- ¿Qué condiciones deben cumplir w<sub>3</sub> y w<sub>4</sub> para que la solución existente sea óptima?
- Supongamos que la solución existente es no óptima y que x<sub>4</sub> es la variable pivote que va a entrar en la base. ¿Qué variable pivote tendrá que salir de la base? (Indique las presunciones que necesite hacer acerca del valor de w<sub>4</sub>).
- ¿Qué columna de lado derecho (RHS) de la tabla seguirá al pivotaje de la variable x<sub>4</sub> dentro de la base? Exprese su respuesta en términos de w<sub>4</sub>.
- ¿Sería posible elegir w<sub>4</sub> y w<sub>6</sub> de forma que el PL no estuviera acotada superiormente? En caso afirmativo, señale las condiciones. En caso negativo, explique el porqué.  
 PISTA: preste atención a la restricción (2).

Para los apartados f), g), h) e i), la tabla final es la siguiente:

z	x <sub>1</sub>	x <sub>2</sub>	x <sub>3</sub>	x <sub>4</sub>	x <sub>5</sub>	x <sub>6</sub>	Lado derecho	
-1	0	-2	-1	0	w	0	-18	(1)
0	0	0.25	-0.5	1	5	0	1	(2)
0	0	0.25	0.5	0	1	1	3	(3)
0	1	0	1	0	3	0	7	(4)

- ¿Cuáles son los precios sombra de las restricciones (2), (3) y (4)?
- ¿Cuál es el valor de w<sub>5</sub>?

- h. En este apartado suponemos que el valor de  $w_4$  es -3. ¿Qué cotas superior e inferior debe tener  $w_4$  para que la base final siga siendo óptima?
- i. ¿Qué rango corresponde al precio sombra de la restricción (2), que es la primera restricción del problema?

2. (10 puntos) Teniendo en cuenta el siguiente programa lineal:

$$\begin{aligned} &\text{maximizar} && x_1 + 2x_2 + 3x_3 \\ &\text{sujeto a} && 3x_1 - 5x_2 + a_1x_3 = -3 \\ &&& a_2x_1 + a_3x_2 + a_4x_3 \geq -2 \\ &&& x_1, x_2, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$

Demuestre cómo determinar una solución factible mediante el método de la programación lineal de fase 1, suponiendo que los valores de las constantes  $a_1, \dots, a_4$  son todos ellos números enteros entre -10 y +10.

- a. Convierta el problema anterior a forma estándar.  
b. Defina el programa lineal de fase 1, pero sin resolverlo.

3. (35 puntos, 7 puntos por apartado).

El ejemplo de la empresa GTC visto en clase se basa en los datos de la siguiente tabla. La columna "destornilladores" sólo es necesaria para resolver los apartados d) y e), y no se ha empleado en el programa lineal al que se aplicó el análisis de sensibilidad.

	Llaves	Alicates	Destornilladores	Disponibilidad (en miles de u.)
Acero	1,5	1,0	1,0	15
Máquina de moldeo	1,0	1,0	0,5	12
Máquina de montaje	0,4	0,5	1	5
Límite de la demanda (en miles de u.)	8,0	10,0	20,0	
Aportación (en dólares por 1000 unidades)	4	3	w	

La siguiente tabla muestra datos del precio sombra basados en Excel Solver.

Nombre	Valor final	Precio sombra	Lado dcho.	Aumento admisible	Disminución admisible
Acero	15	2 2/7	15	3/5	5
Máquina moldeo	11 3/7	0	12	1E+30	4/7
Máq. montaje	5	1 3/7	5	2/5	0.3
Demanda llaves	7 1/7	0	8	1E+30	6/7
Dda. alicates	4 2/7	0	10	1E+30	5 5/7

a. Supongamos que la cantidad de acero aumenta de 15.000 libras a 15.500. ¿Qué impacto tendría este incremento sobre la función objetivo óptima. Razone su respuesta. Si considera que los resultados del análisis de sensibilidad no son suficientes para resolver esta cuestión, explique por qué.

b. Si pudiera disponer de un mayor número de horas de montaje, ¿cuánto estaría dispuesto a pagar por cada una de ellas? Razone su respuesta y preste especial atención a las unidades.

c. Suponga que está en condiciones de contratar a una empresa de marketing con el fin de aumentar la demanda de llaves inglesas, cuyo valor actual es 8.000. ¿Hasta qué punto le interesaría que la demanda se incrementara hasta 9.000? Razone su respuesta.

d. Suponga que la empresa fabricara también destornilladores, tal y como muestra la tabla anterior. ¿Qué valor debería tener "w" para que este producto resultara rentable? Razone su respuesta.

e. Sea W el número de llaves inglesas fabricadas, P el número de alicates y S el número de destornilladores. Expresé, en forma de restricción lineal, la siguiente idea: la fabricación de destornilladores supone un máximo del 43% del total de herramientas fabricadas.