

Nota. Este examen no comprende los temas que se trataron el último día de clase; éstos pueden salir en el examen final.

1. Considere el siguiente problema de programación cuadrática.

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_1 - 4x_2 \\ \text{s.a.} \quad & 3x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ & x_1 + x_2 \geq 1 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

a. Utilice los puntos de ruptura siguientes, reescriba el problema original con el método- λ :

$$\begin{aligned} x_1: \quad & \{0,1,2\} \\ x_2: \quad & \{0,1,2,3\} \end{aligned}$$

¿Cuáles son las condiciones adyacentes para el método- λ ? ¿Se garantiza que se van a satisfacer si se resuelve el programa lineal obtenido ignorando las condiciones de adyacencia? Justifique brevemente su respuesta.

2. Indique si las siguientes funciones son (i) convexas, (ii) cóncavas, (iii) convexas y cóncavas, o (iv) ni convexas ni cóncavas.

- $f(x,y) = 3x - 7y$
- $f(x) = x^5$ para $1 \leq x \leq 5$
- $f(x) = x^2 - x^3$ para $-1 \leq x \leq 0$

3. Una estudiante necesita escoger 7 asignaturas muy complicadas en los próximos 6 semestres. Se ha comprometido a escoger al menos dos a finales de la primavera de 2003, y al menos cuatro para la primavera de 2004. Además, no escogerá más de dos asignaturas complicadas en un semestre.

Año	Demanda progresiva	Utilidad de escoger 0, 1, o 2 asignaturas complicadas en ese trimestre		
		0	1	2
Otoño 2002	0	10	7	4
Prim. 2003	2	10	8	6
Otoño 2003	2	10	8	6
Prim. 2004	4	10	8	6
Otoño 2004	4	10	7	4
Prim. 2005	7	10	5	1

Sea $f(j, \text{trimestre})$ la solución de utilidad máxima si se empieza con j cursos complicados al inicio del trimestre j .

Así $f(7, \text{primavera 2005}) = 10$
 $f(6, \text{primavera 2005}) = 5$
 $f(5, \text{primavera 2004}) = 1$

Calcule $f(j, \text{otoño 2004})$ para $j = 4, 5, 6, 7$.

Calcule $f(4, \text{prim. 2003})$. Muestre las operaciones realizadas.

Indique cómo calcular $f(2, \text{otoño 2002})$ en términos de valores calculados para $f(j, \text{prim. 2003})$.

4. Promotora inmobiliaria (las partes a y b provienen del Trabajo en casa 1).

Una promotora inmobiliaria está planificando un nuevo complejo de apartamentos. Se pueden construir tres tipos de unidades: apartamentos de uno, dos y tres dormitorios. Cada apartamento de un dormitorio requiere 700 pies cuadrados, los de dos dormitorios requieren 800 y los de tres 1.200.

La promotora está interesada en tener diversos tipos de apartamentos en el complejo. Piensan que el número de apartamentos de un dormitorio debería estar entre el 15% y el 50% del número total. Del mismo modo, los de dos dormitorios deberían representar entre el 10% y el 50% del número total y los de tres dormitorios entre un 0% y un 25% del número total de apartamentos.

Las normas de urbanización locales no permiten construir más de 42 unidades en esta ubicación en particular y restringen el suelo urbanizable a 41.000 pies cuadrados.

La promotora ya tiene comprometido el alquiler de 5 unidades de un dormitorio y de 8 de dos dormitorios a una agencia de alquiler local que es un “socio inactivo” en esta empresa. Los estudios de mercado muestran que los apartamentos de un dormitorio se alquilan por 650 \$ al mes, los de dos dormitorios por 750 \$, y los de tres por 950 \$. Supongamos que el socio inactivo pague la cifra de mercado por estos apartamentos.

- Formule el problema anterior como un programa lineal. Sea x_1, x_2, x_3 el número entero de apartamentos de 1 dormitorio construidos, el número de apartamentos de 2 dormitorios y el número de 3 apartamentos construidos.
- Escriba un programa entero basado en la siguiente versión teórica y abreviada del problema 3.

Una promotora inmobiliaria está planificando un nuevo complejo de apartamentos. Se pueden construir K tipos de unidades: Las del tipo i requieren s_i pies cuadrados y un alquiler de $\$c_i$.

La promotora quiere tener diversos tipos de apartamentos en el complejo. Piensan que el número de unidades del tipo i debería ser al menos l_i % del total y como máximo u_i % del total.

Las normas de urbanización locales no permiten construir más de B unidades en esta ubicación concreta y restringen el suelo urbanizable a un máximo de S pies cuadrados. (Halle con claridad las variables de decisión y utilice la notación sumatoria para expresar la programación lineal).

- c. Supongamos que la inmobiliaria puede alquilar también apartamentos de lujo de dos dormitorios. Estos ocupan 1.000 pies cuadrados y se alquilan a 900 \$ mensuales. La promotora no está segura de crear este tipo de apartamentos, pero si los construye deberán representar al menos un 10% del total. Cree un modelo utilizando restricciones lineales y enteras. (Elija una variable de decisión y_4 que equivalga a 1 si el número de apartamentos de lujo de dos dormitorios es mayor que 0).
- d. Supongamos que el espacio sin utilizar se puede alquilar, siempre que exista suficiente. Si la inmobiliaria tiene 500 pies cuadrados, entonces no hay ingresos por alquiler. Pero si hay más de 500, entonces sí puede alquilar el espacio a 50 \$ el pie cuadrado. Cree un modelo utilizando programación lineal entera. (Ignore los añadidos del apartado c en este caso y bájese en la formulación dada inicialmente. Sea x_5 la cantidad de espacio alquilado. Sea $y_5 = 1$ si hay al menos 500 pies cuadrados de espacio para alquilar.

Sección 2.

Responda brevemente.

1. Suponga para el problema del viajante de comercio que el tour consiste en las ciudades 7-9-2-4-1-5-6-10-8-3-11-7 en ese orden. Suponga que se considera un procedimiento de vecindad de 2-intercambio y se selecciona un tour vecino que resulta en el añadido de las aristas 2-3 y 4-11. ¿Qué es este tour vecino?
2. Una de las heurísticas constructivas para el problema del viajante de comercio era la técnica de inserción. Describa una de las variantes de ésta técnica que haya sido explicada en clase.
3. Explique por qué la condición de adyacencia no es necesaria para funciones objetivo cóncavas en un problema cuando se utiliza el método- λ .
4. Defina una operación de cruce de 1 punto en un algoritmo genético. Ilustre la definición con un breve ejemplo.

¿Verdadero o falso? (Las respuestas requieren justificación)

5. Para que se garantice que el método de búsqueda Fibonacci converja en un máximo global para un problema de maximización de una dimensión, la función objetiva debe ser cóncava. Responda verdadero o falso y justifique brevemente la respuesta.

6. Suponga que $f(x)$ es una función unimodal con un máximo único definido en $[0,1]$
Suponga que $g(x)$ es también una función unimodal con un máximo único definido en $[0,1]$. Sea $h(x) = f(x) + g(x)$. Entonces $h(x)$ es necesariamente unimodal en $[0,1]$.
Responda verdadero o falso y justifique brevemente la respuesta.