

Clase de repaso 12

15.053 Introducción a la optimización

10 de mayo de 2002

1. Supongamos que hay dos montones de cerillas en una mesa, uno con 5 cerillas y el otro con 10. El que toma la última cerilla gana. En cada turno, mi oponente y yo podemos escoger 1 ó 2 cerillas, pero solamente de un montón. Si empiezo yo primero, ¿cómo puedo asegurarme de ganar el juego?

Sea $g(j,k) = 1$ si se provoca la victoria en el caso que un montón tenga j cerillas y el otro tenga k cerillas y sea su turno.

- Proporcione las condiciones de contorno.
- Dé una recursión para $g(j,k)$.
- ¿Qué es $g(j,k)$ para todo $1 \leq j \leq 4$ y todo $1 \leq k \leq 4$?

2. Una estudiante necesita escoger 7 asignaturas muy complicadas en los próximos 6 semestres. Se ha comprometido a completar al menos dos a finales de la primavera de 2003, y al menos cuatro para la primavera de 2004. Además, no escogerá más de dos asignaturas complicadas en un semestre.

Año	Demanda progresiva	Utilidad de escoger 0, 1, ó 2 asignaturas complicadas en el semestre		
		0	1	2
Otoño 2002	0	10	7	4
Prim. 2003	2	10	8	6
Otoño 2003	2	10	8	6
Prim. 2004	4	10	8	6
Otoño 2004	4	10	7	4
Prim. 2005	7	10	5	1

Sea $f(j, \text{trimestre})$ la solución de utilidad máxima si se empieza con j cursos complicados al inicio del trimestre j .

$$\text{Así } f(7, \text{Prim. 2005}) = 10$$

$$f(6, \text{Prim. 2005}) = 5$$

$$f(5, \text{Prim. 2004}) = 1$$

Calcule $f(j, \text{Otoño 2004})$ para $j = 4, 5, 6, 7$.

Calcule $f(4, \text{Primavera 2003})$. Muestre las operaciones realizadas.

Indique cómo calcular $f(2, \text{Otoño 2002})$ en términos de valores calculados para $f(j, \text{Primavera 2003})$.

3. Widgetco fabrica cachivaches en la planta 1 y en la planta 2. Cuesta $20x^{1/2}$ producir x unidades en la planta 1 y $40x^{1/3}$ producir x unidades en la planta 2. Cada planta puede producir hasta 70 unidades. Cada unidad producida se puede vender por 10 dólares. Como máximo, se pueden vender 120 cachivaches. Formule como una programación no lineal el problema de maximizar el beneficio.