

Sesión de repaso final

15.053 Introducción a la optimización

17 de mayo de 2002

1. Widgetco fabrica cachivaches en la planta 1 y en la planta 2. Cuesta $20x^{1/2}$ producir x unidades en la planta 1 y $40x^{1/3}$ producir x unidades en la planta 2. Cada planta puede producir 70 unidades y cada unidad producida se puede vender por 10\$. Como máximo, se pueden vender 120 cachivaches. Formule como una PNL el problema de maximizar el beneficio.

2. Indique si las siguientes funciones son (i) convexas, (ii) cóncavas, (iii) convexas y cóncavas o (iv) ni convexas ni cóncavas.

- a. $f(x,y) = 3x - 7y$
b. $f(x) = x^{-5}$ para $1 \leq x \leq 5$
c. $f(x) = x^2 - x^3$ para $-1 \leq x \leq 0$

3. Debe distribuir las canciones de la versión en casete del último álbum de Shania. Las canciones en cada una de las dos caras deben durar un total de entre 14 y 16 minutos. La duración y el tipo de cada canción se muestran en la siguiente tabla:

Tema	Tipo	Durac. (min)
1	balada	4
2	éxito	5
3	balada	3
4	éxito	2
5	balada	4
6	éxito	3
7	ñoñería	5
8	balada de éxito	4

La distribución de canciones debe ser de tal modo que:

1. Cada cara tenga exactamente dos baladas.
 2. La cara 1 tenga al menos tres éxitos.
 3. La canción 5 o la 6 esté en la cara 1.
 4. Si las canciones 2 y 4 están en la cara 1, entonces la 5 está en la cara 2.
- Formule una PE para determinar si existe una distribución satisfactoria de las canciones.

4. x_1 y x_2 son variables enteras. Formule las siguientes restricciones.
- (a) x_1 debe ser 1,2,3, o 4.
(b) Al menos uno de $x_1 + x_2 \leq 3$ y $2x_1 + 5x_2 \leq 12$ se mantiene.
(c) Cuando $x_1 \leq 2$; $x_2 \leq 3$.

5. **Problema de distribución de recursos:** Finco tiene 6000\$ para invertir, y hay tres inversiones disponibles. Si se invierten d_j dólares (en miles) en la inversión j , entonces se obtiene el valor actual neto (en miles) de $r_j(d_j)$, donde los valores $r_j(d_j)$ son:

$$\begin{aligned} r_1(d_1) &= 7 d_1 + 2 && (d_1 > 0) \\ r_2(d_2) &= 3 d_2 + 7 && (d_2 > 0) \\ r_3(d_3) &= 4 d_3 + 5 && (d_3 > 0) \\ r_1(0) &= r_2(0) = r_3(0) = 0. \end{aligned}$$

El importe adjudicado a cada inversión debe ser un múltiple exacto de 1000\$. Finco quiere maximizar el valor actual neto invirtiendo 6000\$. Sea $f_t(d)$ el valor actual neto máximo que se puede obtener invirtiendo d miles de dólares en las inversiones $t, t+1, \dots, 3$. Escriba una recursión para $f_t(d)$. Halle $f_2(3)$.

Para práctica

6. (12 puntos, 8 puntos por la parte a y 4 puntos por la parte b)
 Considere el siguiente problema de programación cuadrática.

$$\begin{aligned} \text{Min } & x_1^2 + 2x_2^2 + 2x_1 - 4x_2 \\ \text{s.a. } & 3x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ & x_1 + x_2 \geq 1 \\ & x_1, x_2 \geq 0 \end{aligned}$$

- a. Use estos puntos de ruptura y vuelva a plantear el problema original con el método λ :

$$\begin{aligned} x_1: & \{0,1,2\} \\ x_2: & \{0,1,2,3\} \end{aligned}$$

- b. ¿Cuáles son las condiciones de adyacencia para el método λ ? Es seguro que se satisfagan si se resuelve el programa lineal obtenido ignorando las condiciones de adyacencia? Justifique brevemente su respuesta.

7. Use el método de búsqueda de Fibonacci para localizar, dentro de 0,5, la solución óptima al siguiente problema. Comience con $\Theta_1 = 1$ y $\Theta_2 = 4$ y muestre la progresión de los intervalos.

$$\begin{aligned} \text{Max } & 3x - x^2 \\ \text{s.a. } & 0 \leq x \leq 5 \end{aligned}$$