

Preguntas de examen de muestra de mitad de trimestre

1. (30 puntos)

(a) (15 puntos) Sea $A = \{a^i b^j c^i \mid i \leq j \leq 2i\}$.

Demuestre que A no es un lenguaje independiente del contexto.

(b) (15 puntos) Sea $B = \{a^i b^j \mid i \leq j \leq 2i\}$.

Escriba una gramática no ambigua e independiente del contexto para generar B . Si encuentra dificultades al intentar crear la gramática, se le otorgará una nota parcial si consigue una gramática ambigua en lugar de una CFG no ambigua para obtener B .

2. (25 puntos)

(a) Sea R una expresión regular de longitud n . (La *longitud* de una expresión regular es el número de símbolos que contiene, incluyendo los miembros de \sum , los operadores y los paréntesis.

Por ejemplo, la longitud de la expresión regular $(01^*)0$ es 6.) Si convertimos R en un NFA N equivalente utilizando el procedimiento explicado en clase, ¿cuántos estados tendría N ?

Conteste a esta pregunta dando un límite aproximado del número de estados de N .

Seleccione la mejor respuesta entre las posibilidades que se muestran a continuación:

- | | |
|------------------|-----------------------------|
| 1. $O(n)$ | 4. $O(n^3)$ |
| 2. $O(n \log n)$ | 5. $O(4^n)$ |
| 3. $O(n^2)$ | 6. Mayor que las anteriores |

No es preciso que argumente su respuesta.

RESPUESTA: _____

(b) Sea M un DFA (autómata finito determinista) con n estados. Si convertimos M en una expresión común equivalente R utilizando el procedimiento que ya hemos descrito, ¿qué longitud tendrá R ?

Dé un límite aproximado de la longitud de R .

Seleccione la mejor respuesta entre las posibilidades que se muestran a continuación:

- | | |
|------------------|-----------------------------|
| 1. $O(n)$ | 4. $O(n^3)$ |
| 2. $O(n \log n)$ | 5. $O(4^n)$ |
| 3. $O(n^2)$ | 6. Mayor que las anteriores |

No es preciso que argumente su respuesta.

RESPUESTA: _____

(c) En una expresión regular *ampliada*, podemos utilizar la operación de complemento (\neg) además de las tres operaciones comunes ($\cup, \circ, *$). Por ejemplo,

$$\neg(\sum^* 0001 \sum^*) \cup \neg(\sum^* 1110 \sum^*)$$

es una expresión común ampliada que describe el conjunto de todas las cadenas que, o bien no contienen la subcadena 0001 o no contienen la subcadena 1110. Describa cómo modificar el procedimiento de conversión de expresiones regulares a NFA, de tal forma que se convierta en un procedimiento de conversión entre expresiones regulares ampliadas y NFA.

- (d) Sea R una expresión regular ampliada de longitud n . Si convertimos R en un NFA N equivalente mediante el procedimiento descrito previamente, ¿cuántos estados tendría N ? En este caso buscamos un límite aproximado del número de estados de N .

Seleccione la mejor respuesta entre las posibilidades que se muestran a continuación:

- | | |
|------------------|-----------------------------|
| 1. $O(n)$ | 4. $O(n^3)$ |
| 2. $O(n \log n)$ | 5. $O(4^n)$ |
| 3. $O(n^2)$ | 6. Mayor que las anteriores |

No es preciso que argumente su respuesta.

RESPUESTA: _____

3. (25 puntos) Sea $D = \{\langle M \rangle \mid M \text{ es una MT (máquina de Turing) que acepta la cadena de entrada } 101\}$.

- (a) (15 puntos) Demuestre que D es indecidible. (No utilice el teorema de Rice. Si no conoce el teorema, obvie este comentario.)
 (b) (10 puntos) Demuestre que el complemento de D no es reconocible por Turing.

4. (20 puntos)

Un *autómata descendente de dos direcciones* (2WAY-PDA) es un autómata no determinista descendente con una única pila que puede mover el encabezado de su entrada en ambas direcciones en la cinta de entrada. Además, asumimos que un 2WAY-PDA puede detectar si el encabezado de su entrada está en alguno de los extremos de la cinta. Un 2WAY-PDA acepta la entrada introduciendo un estado aceptado.

- (a) (5 puntos) Demuestre que un 2WAY-PDA puede reconocer el lenguaje $\{a^m b^m c^m \mid m \geq 0\}$.
 (b) (15 puntos) Sea $E_{2WAY-PDA} = \{\langle P \rangle \mid P \text{ es un 2WAY-PDA que reconoce el lenguaje vacío}\}$.

Demuestre que $E_{2WAY-PDA}$ no es decidible.

5. (25 puntos) Consideremos la cuadrícula infinita bidimensional $G = \{(m, n) \mid m \text{ y } n \text{ son enteros}\}$.

Cada punto en G tiene 4 vecinos, Norte (N), Sur (S), Este (E) y Oeste (W), que se obtienen variando m o n en ± 1 . Comenzando en el origen $(0,0)$, una cadena de comandos **N, S, E, W** genera una ruta en G . Por ejemplo, la cadena **NESW**, genera una ruta en el sentido horario en torno a una unidad cuadrada tangente al origen. Diremos que la ruta está *cerrada* si comienza y finaliza en el origen.

Sea C el conjunto de todas las cadenas sobre $\Sigma = \{N, S, E, W\}$ que generan una ruta cerrada.

- (a) Proporcione una descripción matemática clara de C como lenguaje.
 (b) Describa en español dos CFL, A y B , de manera que $C = A \cap B$. Proporcione un CFG que genere A .
 (c) Demuestre que C no es independiente del contexto.

6. (25 puntos) Sea $\Sigma = \{0, 1\}$. Consideremos el problema que consiste en probar si un PDA acepta alguna cadena del tipo $\{\omega \mid \omega \in 0^* 1^*\}$. ¿Es decidible el problema? Argumente su respuesta.