

18.06: hoja de problemas n° 1

Fecha de entrega: miércoles 13 de febrero

- 1) (a) Hallar todos los valores de a para los que los vectores $(a, 4)$ y $(2, 5)$ sean paralelos.
(b) Hallar todos los valores de a para los que los vectores $(a, 2)$ y $(a, -2)$ sean ortogonales.
(c) Hallar todos los valores de a para los cuales el vector $(1, a, -3, 2)$ sea de longitud 5.

2) Supongamos que v y w son dos vectores no paralelos contenidos en \mathbf{R}^2 , cuyo punto de partida es el origen. Demostrar que las diagonales del paralelogramo determinado por v y w se cortan en sus puntos medios. (Pista: utilizar vectores para demostrar que los puntos medios de cada una de ellas son coincidentes).

3) Partimos del siguiente sistema de ecuaciones:

$$-3x + 4y = 8$$

$$6x + ty = s,$$

donde t y s son números reales.

- (a) Escribir la ecuación matricial de este sistema.
- (b) Hallar los valores de s y t para los cuales el sistema tenga exactamente una solución.
- (c) Hallar los valores de s y t para los cuales el sistema no tenga solución.
- (d) Hallar los valores de s y t para los cuales el sistema tenga infinitas soluciones.
- (e) Realizar una interpretación geométrica de (b), (c) y (d).

4) Verdadero o falso: Si A y B son matrices de 2×2 , entonces $(A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$. Si es verdadero, explicar brevemente por qué, si es falso, poner un ejemplo donde no se cumpla la igualdad.

5) Escribir una matriz A de 3×3 tal que al multiplicar el vector $v = (x, y, z)$ contenido en \mathbf{R}^3 por A , las coordenadas x e y de v permanecen invariables, mientras que la coordenada z toma el valor cero.