

Nombre: _____

Rodee con un círculo su grupo de repaso:

1)	M2	2-131	Darren Crowdy	crowdy@math	2-335	3-7905
2)	M2	2-132	Yue Lei	yuelei@math	2-586	3-4102
3)	M3	2-131	Darren Crowdy	crowdy@math	2-335	3-7905
4)	T10	2-131	Sergiu Moroianu	bebe@math	2-491	3-4091
5)	T10	2-132	Gabrielle Stoy	stoy@math	2-235	3-4984
6)	T11	2-131	Sergiu Moroianu	bebe@math	2-491	3-4091
7)	T11	2-132	Gabrielle Stoy	stoy@math	2-235	3-4984
8)	T12	2-132	Anda Degeratu	anda@math	2-229	3-1589
9)	T12	2-131	Edward Goldstein	egold@math	2-092	3-6228
10)	T1	2-131	Anda Degeratu	anda@math	2-229	3-1589
11)	T2	2-132	Yue Lei	yuelei@math	2-586	3-4102

1. (a.) (10 pts.) Hallar TODOS los autovalores y UN autovector para cada una de las siguientes matrices:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 0 \\ -2 & 0 & 3 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ -3 & 0 & -2 \end{bmatrix}$$

1. (b.) (10 pts.) Hallar SÓLO un autovalor para cada una de las matrices siguientes. (Se puede hacer sin realizar operaciones aritméticas).

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 16 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

2. (20 pts.) Supongamos que A tiene los autovalores $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ (todos distintos de cero), con sus correspondientes autovectores x_1, \dots, x_n , que forman una base para \mathbf{R}^n . Supongamos asimismo que C es su matriz de cofactores. (Las preguntas a las respuestas siguientes deben expresarse en términos de λ_j).

(a) (5 pts.) ¿Cuál es la traza de A^{-1} ? ¿Y el $\det(A^{-1})$?

(b) (15 pts.) ¿Cuál es la traza de C ? ¿Cuál es $\det(C)$? (Pista: $A^{-1} = \frac{C^T}{\det A}$.)

3. (30 pts.) Supongamos que A es simétrica (de $n \times n$) de rango $r = 1$ y con un autovalor igual a 7. Expresemos la solución a:

$$\frac{du}{dt} = -Au$$

de la forma $u(t) = M(t)u(0)$. (¡Atención al signo negativo!).

- (a) (5 pts.) Escribir una expresión para $M(t)$ en términos de A y t .
- (b) (15 pts.) ¿Es verdad que, para todo t , $\text{traza}(M(t)) \geq \det(M(t))$? Justificar la respuesta hallando todos los autovalores de $M(t)$.
- (c) (5 pts.) ¿Puede dispararse $u(t)$ cuando $t \rightarrow \infty$? Justificarlo.
- (d) (5 pts.) ¿Puede $u(t)$ aproximarse a 0 cuando $t \rightarrow \infty$? Justificarlo.

4 (30 pts.) (a) Si B es invertible, demostrar que AB tiene los mismos autovalores que BA .
(Pista: hallar una matriz M tal que $ABM = MBA$.)

(b) Hallar una matriz diagonalizable $A \neq 0$ que sea semejante a $-A$. Hallar también una matriz no diagonalizable A que sea semejante a $-A$.