

18.06 Profesor Strang Soluciones a la prueba 1 8 de octubre de 1999

1. (a) $N(A) = N(B)$ y $C(A^T) = C(B^T)$.
- (b) $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 5 \end{bmatrix}$ para el espacio de filas, $\begin{bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -7 \\ 0 \\ -5 \\ 1 \end{bmatrix}$ para el espacio nulo.
- (c) Verdadero.
Razón: siempre que una combinación $cx + dy = 0$, se multiplica por A para comprobar que $c(Ax) + d(Ay) = 0$.

2. (a) $\begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix}$ (La primera matriz es invertible, por lo que no afecta al espacio nulo.)
- (b) Las columnas pivote son 1, 2, 4 (y la primera matriz les afecta!)

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 4 \\ 6 \\ 28 \end{bmatrix}.$$

$$(c) \quad x = x_p + x_n = \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + c_1 \begin{bmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + c_2 \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

3. (a) Estos vectores y son dependientes y generan un espacio $N(A^T)$ de dimensión 2. Por lo tanto, $m - r = 2$, $m = 3$ y $r = 1$.
- (b) El segundo bloque de filas es una copia del primero, así que el rango no aumenta. Lo mismo ocurre con el segundo bloque de columnas, con lo cual, estos bloques adicionales no suponen variaciones en el rango.
- (c) Si $r = m$, entonces $Ax = b$ tiene solución (una o más) para todos los valores por la derecha b .

4. (a) – (b) La solución particular dice que columna 2 + columna 3 = valores por la derecha b . La solución de espacio nulo reza $2(\text{columna 2}) + \text{columna 3} = 0$.
Con lo cual, columna 2 = $-b$ y columna 3 = $2b$.
- (c) Dado que el espacio nulo es unidimensional, la matriz de 3 por 4 A es de rango 2. Por consiguiente, sabemos que la primera columna de A **no** es múltiplo de b .