18.06 Prueba 2 10 de noviembre de 1999 No se permiten libros

Nombre: ______________________________ **Calificación** 1.
2.
3.
4.
____

Rodee con un círculo su grupo de repaso:

1)	M2	2-131	W. Fong	2)	M2	2-132	L. Nave
3)	M3	2-131	W. Fong	4)	T10	2-131	H. Matzinger
5)	T10	2-132	P. Clifford	5)	T11	2-131	H. Matzinger
7)	T11	2-132	P. Clifford	7)	T12	2-132	M. Skandera
9)	T12	2-131	V. Kac	10)	T1	2-131	H. Matzinger
11)	T2	2-132	M. Skandera				

1. (25 pts.) (a) Encontrar ecuaciones (no resolverlas) para los coeficientes C, D, E en $b = C + Dt + Et^2$, la parábola que mejor se ajusta a los cuatro puntos: $(t, b) = (0, 0)$, $(1, 1)$, $(1, 3)$ y $(2, 2)$.

(b) Al resolver este problema, se está proyectando el vector b = ____________ sobre el subespacio generado por ________________ .
La proyección en términos de C, D, E es p = __________________ .

2. (28 pts.) Tenemos que

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 4 & 6 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & -2 & -2 \end{bmatrix}.$$

(a) Hallar los autovalores de la matriz singular A.

(b) Hallar una base para $\mathbf{R}^3$ que se componga de autovectores de A.

(c) Calcular $A^{99} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$, expresando (1, 1, 1) como combinación de autovectores, o diagonalizando $A = S\Lambda S^{-1}$.

3. (25 pts.) Empezamos con dos vectores (las columnas de A):

$$a_1 = \begin{bmatrix} \cos\theta \\ 0 \\ \operatorname{sen}\theta \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad a_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

(a) Siendo $q_1 = a_1$, hallar una base ortonormal q_1, q_2 para el espacio generado por a_1 y a_2 (espacio de columnas de A).

(b) ¿Qué forma tiene la matriz R en $A = QR$ y por qué $R = Q^T A$? Aquí Q tiene las columnas q_1 y q_2. Calcular la matriz R.

(c) Hallar las matrices de proyección P_A y P_Q sobre los espacios de columnas de A y Q.

4. (22 pts.) (a) Si Q es una matriz ortogonal (cuadrada con columnas ortonormales), demostrar que det Q = 1 o –1.

(b) ¿Cuántos de los 24 elementos de det A son distintos de cero y cuál es el determinante de A?

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$