18.06 Profesor Strang Prueba 2 30 de octubre de 2000

Nombre: ____

Rodee con un círculo su grupo de repaso:

1)	M2	2-131	Holm	2-181	3-3665	tsh@math
2)	M2	2-132	Dumitriu	2-333	3-7826	dumitriu@math
3)	M3	2-131	Holm	2-181	3-3665	tsh@math
4)	T10	2-132	Ardila	2-333	3-7826	fardila@math
5)	T10	2-131	Czyz	2-342	3-7578	czyz@math
6)	T11	2-131	Bauer	2-229	3-1589	bauer@math
7)	T11	2-132	Ardila	2-333	3-7826	fardila@math
8)	T12	2-132	Czyz	2-342	3-7578	czyz@math
9)	T12	2-131	Bauer	2-229	3-1589	bauer@math
10)	T1	2-132	Ingerman	2-372	3-4344	ingerman@math
11)	T1	2-131	Nave	2-251	3-4097	nave@math
12)	T2	2-132	Ingerman	2-372	3-4344	ingerman@math
13)	T2	1-150	Nave	2-251	3-4097	nave@math

1. (36 pts.) Supongamos que Q es una matriz de 4 por 3 con columnas ortonormales q_1, q_2 y q_3.

(a) Partiendo del vector v (ajeno al espacio de columnas de Q), dar la fórmula del cuarto vector ortonormal q_4, que se obtiene por el método de Gram-Schmidt a partir de q_1, q_2, q_3 y v.

(b) Describir los espacios nulos de Q (la misma matriz de 4 por 3) y de Q^T. (Se puede contestar a esta pregunta aunque no se haya hallado la fórmula concreta de q_4 en el apartado a). Describir también los espacios nulos de Q^TQ y QQ^T.

(c) Supongamos que $b = q_1 + 2q_2 + 3q_3 + 4q_4$. Hallar la solución por mínimos cuadrados $\hat{x}$ para $Qx = b$. ¿Cuál es la proyección p de esta b sobre el espacio de columnas de Q?

2. (24 pts.) (a) ¿Hallar la mejor recta posible (aproximando por mínimos cuadrados) que atraviese los puntos (t, b): (2, 3), (3, 5) y (4, K) es lo mismo que resolver por mínimos cuadrados el sistema de ecuaciones $Ax = b$? ¿Existe algún valor de K para el que el sistema $Ax = b$ tenga una solución exacta?

(b) Para A y B generales ¿bajo qué condición sería $\hat{x} = 0$ la solución por mínimos cuadrados de $Ax = b$? Demostrar, en el ejemplo del apartado (a), la existencia o la ausencia de un valor de K para el cual $\hat{x} = 0$ sea la solución por mínimos cuadrados.

3. (40 pts.) (a) Supongamos que A es una matriz de 4×4. Si se le suma 1 al elemento a_{14} de la esquina superior derecha, ¿cuánto cambiará el determinante?

(b) Explicar por qué el determinante de toda matriz de proyección es o bien 0, o bien 1.

(c) Hallar el determinante de la matriz circulante:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & b & 0 & a \\ a & 0 & b & 0 \\ 0 & a & 0 & b \\ b & 0 & a & 0 \end{bmatrix}.$$