18.06 Profesor Strang Prueba 3 6 de diciembre de 2000

Nombre: ____

Rodee con un círculo su grupo de repaso:

1)	M2	2-131	Holm	2-181	3-3665	tsh@math
2)	M2	2-132	Dumitriu	2-333	3-7826	dumitriu@math
3)	M3	2-131	Holm	2-181	3-3665	tsh@math
4)	T10	2-132	Ardila	2-333	3-7826	fardila@math
5)	T10	2-131	Czyz	2-342	3-7578	czyz@math
6)	T11	2-131	Bauer	2-229	3-1589	bauer@math
7)	T11	2-132	Ardila	2-333	3-7826	fardila@math
8)	T12	2-132	Czyz	2-342	3-7578	czyz@math
9)	T12	2-131	Bauer	2-229	3-1589	bauer@math
10)	T1	2-132	Ingerman	2-372	3-4344	ingerman@math
11)	T1	2-131	Nave	2-251	3-4097	nave@math
12)	T2	2-132	Ingerman	2-372	3-4344	ingerman@math
13)	T2	1-150	Nave	2-251	3-4097	nave@math

1. (36 pts.) (a) Hallar la diagonalización $A = S\Lambda S^{-1}$ de:

$$A = \begin{bmatrix} 0,5 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

(b) ¿Cuál es el límite de A^k cuando $k \to \infty$?.

(c) Supongamos que B^k se aproxima a I (matriz identidad de 2 por 2) cuando $k \to \infty$. ¿Cómo sabemos que $B = I$? Explicarlo mediante autovalores y formas de Jordan como:

$$J = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

2. (40 pts.)

(a) Supongamos que la diagonalización $A = S\Lambda S^{-1}$ es exactamente igual a la descomposición de valor singular $A = U\Sigma V^T$ (de modo que $S = U = V$ y $\Lambda = \Sigma$). ¿Qué información nos proporciona esto acerca de A? ¿Puede ser singular?

(b) ¿Cuáles son los autovalores de una matriz de proyección de Markov de 3 por 3, cuya traza es 2? Crear una matriz que reúna dichas propiedades.

(c) A continuación aparece una matriz con columnas ortogonales. Hallar su descomposición de valor singular $A = U\Sigma V^T$.

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 4 & 0 \\ 0 & 7 \end{bmatrix}$$

(d) Supongamos que A es semejante a una matriz B de 3 por 3 con autovalores 1, 1 y 2. ¿Qué se puede decir de:

1. los autovalores de A?
2. la diagonalizabilidad de A?
3. la simetría de A?
4. la definición positiva de A?

En cada uno de los apartados 2, 3 y 4, decidir si A no puede, puede o debe tener dicha propiedad.

3. (30 pts.) (a) Hallar los autovalores de la matriz (y rellenar los espacios).

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Estos autovalores son todos _______ porque la matriz A es _______ .

(b) Si los autovectores son x_1, x_2 y x_3 (no es necesario calcularlos), describir la solución general de la ecuación diferencial $\dfrac{du}{dt} = Au$.

(c) ¿En qué momento T es absolutamente seguro que la solución $u(T)$ es igual a su valor inicial $u(0)$?