18.06 Profesor Strang Examen 2 8 de abril de 1998

Nombre: ________________________________ **Calificación** 1
2
3
4

Rodee con un círculo su grupo de repaso:

1)	M2	2-132	M. Nevins	2-588	3-4110	monica@math
2)	M3	2-131	A. Voronov	2-224	3-3299	voronov@math
3)	T10	2-132	A. Edelman	2-380	3-7770	edelman@math
4)	T12	2-132	A. Edelman	2-380	3-7770	edelman@math
5)	T12	2-131	Z. Spasojevic	2-101	3-4470	zoran@math
6)	T1	2-131	Z. Spasojevic	2-101	3-4770	zoran@math
7)	T2	2-132	Y. Ma	2-333	3-7826	yanyuan@math

1 (a) (15) Halle una base ortonormal para el subespacio S de $\mathbb{R}^4$ abarcado por estos tres vectores:

$$a_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad a_2 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \qquad a_3 = a_1 + a_2$$

(b) (15) Halle el vector p de ese subespacio S que se halle más próximo al vector $b = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

2 (a) (15) Partiendo del mismo subespacio S, halle una base (no necesariamente ortonormal) para su complemento ortogonal $S^{\perp}$ (el espacio de todos los vectores perpendiculares a S).

(b) (10) Halle el vector q más próximo en $S^{\perp}$ al mismo vector b.

3 (a) (10) Halle el determinante de la siguiente matriz A_4:

$$A_4 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

(b) (10) ¿Cuántos de los 24 términos de la fórmula

$$\det A = \Sigma\ (\pm)\ a_{1\alpha} a_{2\beta} a_{3\gamma} a_{4\omega}$$

son distintos de cero? ¿Qué son esos términos?

Supongamos que todas las matrices A_n siguen el mismo patrón que A_4, con los 2 en la diagonal principal y los 1 en las diagonales *secundarias* superior e inferior, del siguiente modo:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 2 \end{bmatrix} \qquad A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \qquad A_3 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix}.$$

(c) (10) Utilice los cofactores a lo largo de la fila 1 de A_n para *hallar la relación entre* $\det A_n$, $\det A_{n-1}$ y $\det M_{n-2}$.

La matriz M_{n-2} no es la misma que A_{n-2}. Comience por $n = 4$ y utilice el cofactor para hallar M_{n-2} cuando esta submatriz sea de 2 por 2. Describa M_{n-2} para valores mayores de n.

4 (a) (10) Indique la fórmula correspondiente a la matriz de proyección P sobre el espacio de columnas de una matriz A. ¿En qué punto supone la fórmula que A tiene columnas independientes?

(b) (5) Las dos propiedades de todas estas matrices de proyección son $P^2 = P$ y $P^T = P$. Supongamos que v^T es la primera fila de P y que v_1 es la primera entrada de esa fila. Demuestre que $v^T v = v_1$.