

18.06 Examen 2 12 de abril de 2000 No se permiten libros

Nombre: _____

Rodee con un círculo su grupo de repaso:

- | | | | | | |
|--------|-------|-------------|--------|-------|-------------|
| 1) M2 | 2-131 | P. Clifford | 2) M3 | 2-131 | P.Clifford |
| 3) T11 | 2-132 | T. de Piro | 4) T12 | 2-132 | T. de Piro |
| 5) T1 | 2-131 | T. Bohman | 5) T1 | 2-132 | T. Pietraho |
| 6) T2 | 2-132 | T. Pietraho | 7) T2 | 2-131 | T. Bohman |

Nota: asegúrese de que su examen esté compuesto por 4 problemas.

Problema	Puntos posibles
1 _____	30
2 _____	16
3 _____	30
4 _____	24
Total _____	100

Nota: algunos problemas tienen más valor que otros.

1. (30 pts.) Supongamos que

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -1 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}.$$

- (a) Hallar tres vectores ortonormales q_1, q_2 y q_3 , tales que q_1 y q_2 formen una base para el espacio de columnas de A .
- (b) ¿Cuál de los cuatro subespacios fundamentales contiene a q_3 ?
- (c) Hallar la matriz P de proyección sobre el espacio nulo por la izquierda (no sobre el espacio de columnas) de A .
- (d) Hallar la solución por mínimos cuadrados de $Ax = (1, 2, 7)$.

Nota: para recibir puntuación por este problema, es necesario escribir el desarrollo completo que ha llevado a las soluciones.

2. (16 pts.) Calcular el determinante de

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Nota: para recibir puntuación por este problema, es necesario escribir el desarrollo completo que ha llevado a las soluciones.

3. (30 pts.) Analizar esta secuencia: $G_0 = 0$, $G_1 = 1$ y $G_{k+2} = (G_k + G_{k+1})/2$. (De este modo, G_{k+2} es la media de los dos números anteriores, G_k y G_{k+1} .) Mediante este problema se halla el límite de G_k cuando $k \rightarrow \infty$.
- (a) Hallar una matriz A que cumpla

$$\begin{bmatrix} G_{k+2} \\ G_{k+1} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} G_{k+1} \\ G_k \end{bmatrix}.$$

- (b) Hallar los autovalores y autovectores de A .
- (c) Desarrollar $A^k = S\Lambda^k S^{-1}$, cuando Λ es una matriz diagonal. No es necesario realizar la multiplicación completa para obtener una única matriz.
- (d) Hallar el límite cuando $k \rightarrow \infty$ de los números G_k .

Nota: para recibir puntuación por este problema, es necesario escribir el desarrollo completo que ha llevado a las soluciones.

4. (24 pts.) Supongamos que A es una matriz de 3×3 con autovalores 0, 1 y 2. Hallar lo siguiente:

- (a) el rango de A .
- (b) el determinante de $A^T A$.
- (c) el determinante de $A + I$.
- (d) Los autovalores de $(A + I)^{-1}$.

Nota: para recibir puntuación por este problema, es necesario escribir el desarrollo completo que ha llevado a las soluciones.