

18.06 Examen 3 3 de mayo de 2000 No se permiten libros

Nombre: _____

Rodee con un círculo su grupo de repaso:

- | | | | | | |
|--------|-------|-------------|--------|-------|-------------|
| 1) M2 | 2-131 | P. Clifford | 2) M3 | 2-131 | P.Clifford |
| 3) T11 | 2-132 | T. de Piro | 4) T12 | 2-132 | T. de Piro |
| 5) T1 | 2-131 | T. Bohman | 5) T1 | 2-132 | T. Pietraho |
| 6) T2 | 2-132 | T. Pietraho | 7) T2 | 2-131 | T. Bohman |

Nota: asegúrese de que su examen esté compuesto por 4 problemas.

Problema	Puntos posibles
1 _____	25
2 _____	25
3 _____	25
4 _____	25
Total _____	100

1. (25 pts.) Supongamos que

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 3 & 0 \\ 3 & 5 & 0 \end{bmatrix}, \text{ de modo que } A^T A = \begin{bmatrix} 34 & 30 & 0 \\ 30 & 34 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

Los autovectores de $A^T A$ son los siguientes:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

- (a) ¿Cuáles son los autovalores de $A^T A$?
- (b) ¿Cuáles son los valores singulares de A ?
- (c) Realice la descomposición de valor singular de A .

Nota: para recibir puntuación por este problema, es necesario escribir el desarrollo completo que ha llevado a las soluciones.

2. (25 pts.) Verdadero (justificarlo) o falso (dar un ejemplo que lo contradiga):

- (a) Si A es una matriz simétrica, dos autovectores cualesquiera de A serán perpendiculares.
- (b) Si A es de $n \times n$ y tiene n autovectores ortonormales, entonces A es simétrica.
- (c) Cualquier matriz de autovectores S de una matriz simétrica es simétrica.

Nota: para recibir puntuación por este problema, es necesario escribir el desarrollo completo que ha llevado a las soluciones.

3. (25 pts.) Tenemos que

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & d & 4 \\ 3 & 4 & 5 \end{bmatrix}.$$

¿Para qué valores de d (si existen) son positivos todos los autovalores de A ?
(Pista: No trate de calcular todos los autovalores de A).

Nota: para recibir puntuación por este problema, es necesario escribir el desarrollo completo que ha llevado a las soluciones.

4. (25 pts.) Supongamos que A es una matriz de 3×3 con autovalores $\lambda = 1$ y $\lambda = 2$. Supongamos también que $A - I$ es de rango uno.

- (a) ¿Qué autovalor de A se repite? Explicar por qué.
- (b) Definir una matriz concreta que sea semejante a A y simétrica. Explicar por qué son semejantes.
- (c) Definir una matriz concreta que sea semejante a A , pero no simétrica. Explicar por qué son semejantes.
- (d) Definir una matriz concreta que tenga los mismos autovalores que A sin ser semejante a ella. Explicar por qué no son semejantes.