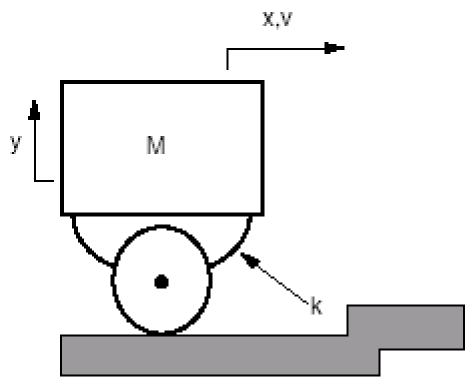

Figura 1. Diagrama del carro de fruta.

Después de un año académico de duro trabajo en el MIT, decide que lo que realmente quiere es trabajar al aire libre durante el verano, por lo que acepta un trabajo recogiendo fruta en un huerto. En la granja le proporcionan un tractor pequeño con carro para recolectar la fruta. En la Figura 1, se ilustra el carro que utiliza para cargar la fruta. Éste se compone de una caja sencilla para llevar la carga y un único eje con dos ruedas. El eje está sujeto a la caja mediante un muelle de lámina (k). A continuación, se encuentra con una serie de problemas con el carro mientras lo conduce de acá para allá. El problema principal es que tiene que conducirlo por encima de un tope, que en la figura se ilustra como un escalón, y, como le gusta conducir rápido, al chocar con este tope acaba haciendo que se salga la mitad de la fruta fuera del carro. Dado que ahora conoce todo acerca de la dinámica, en lugar de reducir la velocidad decide hacer unas mejoras en el carro. Usted sabe que el carro concentra una masa de aproximadamente $450\ kg$ cuando está completamente cargado (lo sabe porque le pagan por la cantidad de masa de fruta que consigue llevar a la granja). Además, mide que el desplazamiento del muelle sea de 5 *cm* entre la longitud libre y la longitud cargada.

1

Usted decide modelar el carro como un modelo más plano (es decir, ignora la dinámica del carro y funde las dos ruedas y el muelle en uno solo) e ignora la masa y la dinámica de las ruedas del carro. Presente un modelo para este sistema, escriba la ecuación característica del modelo, esboce la respuesta en tiempo de este sistema a una entrada escalón a y, anotando cuidadosamente el periodo de oscilación.

2

Para mejorar el carro decide añadir un amortiguador a la suspensión. Se dirige al taller, agarra una lata de grasa y un émbolo y con un poco de trabajo monta el amortiguador sencillo en el carro, tal y como se muestra en la Figura 2. Después de una prueba de conducción rápida, mide la respuesta siguiente a una entrada escalón (Figura 3). A partir de los datos del punto 1 y de la figura, determine la constante de amortiguamiento de la lata de grasa.

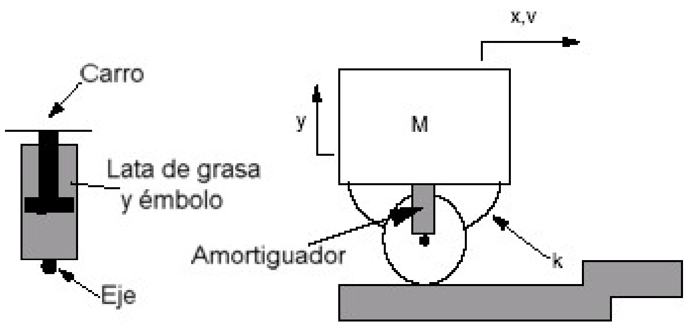

Figura 2. La modificación que usted realiza.

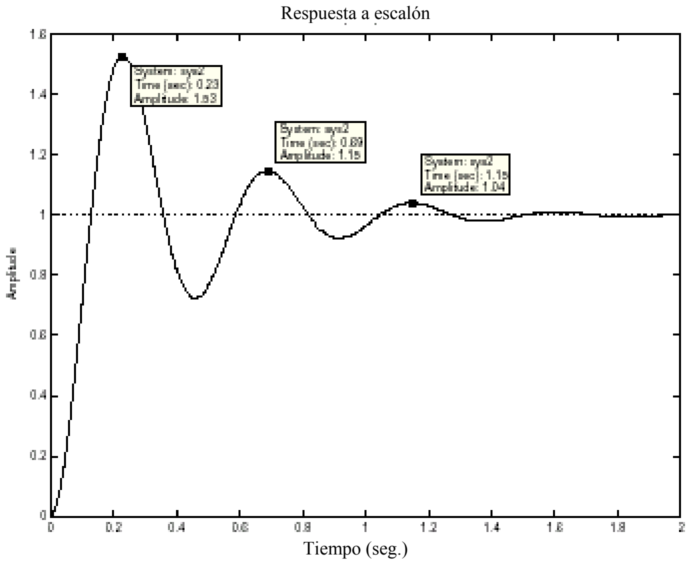

Figura 3. Respuesta medida.

3

Satisfecho con lo que ha conseguido, llama a su amigo Bob, que es un poco sabelotodo, y le dice que si realmente desea construir un buen carro necesita incluir la dinámica de suspensión de la rueda. Le dice que una rueda actúa realmente como un muelle entre el centro de masa de la rueda y el suelo. Presente un modelo que incluya tanto la masa de la rueda como su efecto de muelle. Determine las ecuaciones de movimiento para este sistema y póngalas en la forma estándar.

Solución

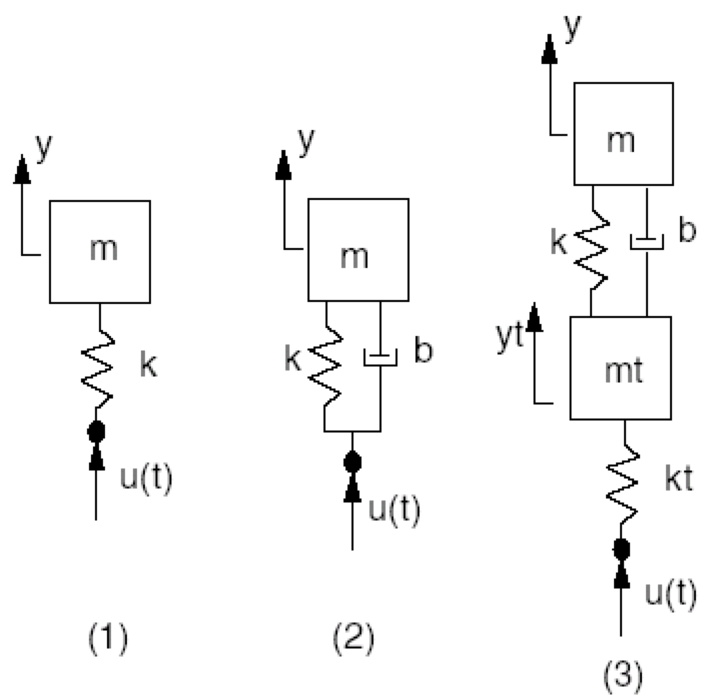

Figura 4. Modelos para las piezas 1, 2 y 3

1. La ecuación de movimiento para este sistema es:

$$\begin{aligned}
m\ddot{y} + ky &= f(t) \\
k &= \frac{fuerza}{distancia} = \frac{m * g}{0{,}05} = \frac{450 * 9{,}8}{0{,}05} = 88200\frac{N}{m} \\
f(t) &= k * u(t) \\
m\ddot{y} + km &= ku(t) \Rightarrow \ddot{y} + \frac{k}{m}y = \frac{k}{m}u(t) \\
s_{1,2} &= \pm\sqrt{\frac{k}{m}} = \omega_n = 14\frac{rad}{s} = 2{,}2hz \\
y(t) &= 1 + \sin(\omega_n t + 3\pi/2)
\end{aligned}$$

En la Figura 5 se muestra la respuesta a escalón del sistema como se modela.
2. Esto se puede resolver utilizando el decremento logarítmico o el sobreexceso.

$$\begin{aligned}
T &= 0{,}23s \Rightarrow \omega_d = \frac{2\pi}{T} = 13{,}658\frac{rad}{s} \\
Mp &= 53\% \Rightarrow \zeta = \frac{A}{\sqrt{\pi^2 + A^2}} = \frac{0{,}634}{\sqrt{\pi^2 + 0{,}634^2}} = 0{,}2 \\
A &= \ln\frac{100}{Mp} \\
2\zeta\omega_n &= \frac{b}{m} \Rightarrow b = 2m\zeta\omega_n = 2520\frac{Ns}{m}
\end{aligned}$$

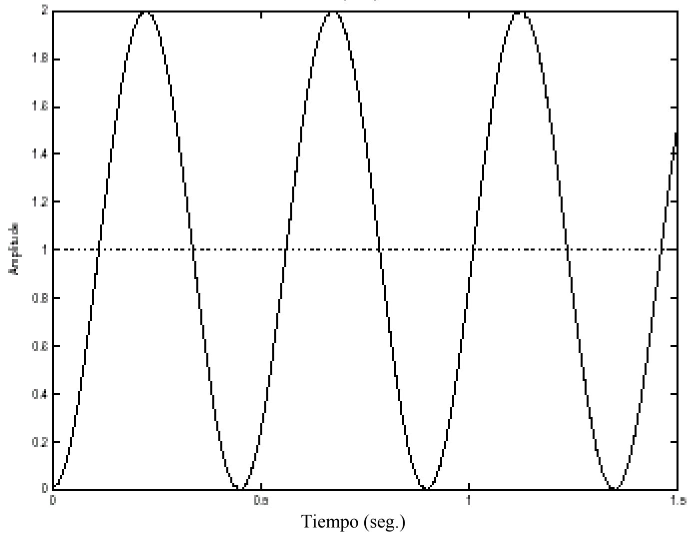

Figura 5. Respuesta a escalón sin amortiguador.

ω_n se puede hallar a partir de ς y ω_d o del apartado 1.

3. Si realizamos un equilibrio de fuerza en cada una de las masas, hallamos que:

$$\begin{aligned} m\ddot{y} &= k(y_t - y) + b(\dot{y}_t - \dot{y}) \\ m_t\ddot{y}_t &= k(y - y_t) + k_t(u(t) - y_t) + b(\dot{y} - \dot{y}_t) \end{aligned}$$

En la forma estándar sería:

$$\begin{aligned} m\ddot{y} + b\dot{y} + ky &= b\dot{y}_t + ky_t \\ m_t\ddot{y}_t + b\dot{y}_t + (k + k_t)y_t &= k_t u(t) + b\dot{y} + ky \end{aligned}$$