Fecha de entrega:
lunes 1 de febrero a las 13 h.
Nota: No se aceptarán pre-prácticas fuera de plazo. No llegue tarde a la práctica.

Lectura obligatoria

Palm, sección 1.7, Introducción a MATLAB®, págs. 32-39

A lo largo de este curso se hará un uso extensivo de MATLAB®. Para esta práctica en concreto, deberá familiarizarse con los procedimientos necesarios para crear y ejecutar un *M-file* (archivo M). MATLAB® está disponible en Athena y en los grupos de MECHENG (Ingeniería Mecánica). Se podrá acceder al trabajo que se realice en las computadoras de MECHENG desde las computadoras situadas en el laboratorio de las prácticas.

Introducción

En esta práctica, medimos la constante de tiempo del sistema de muelle y amortiguador que se dibuja en la figura 1, idealizando el sistema de la forma que se muestra en la figura 2.

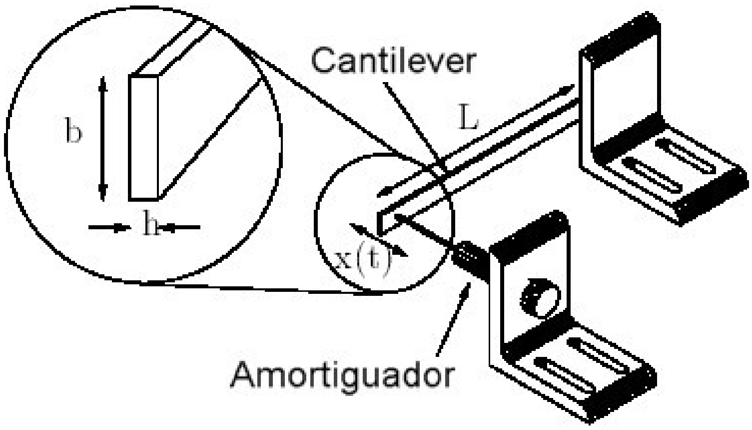

Figura 1: dibujo de un sistema de muelle y amortiguador hidráulico; L = 205 mm, b = 12,7 mm, h = 1,27 mm.

Modelaremos el cantilever de acero muelle como un muelle lineal, es decir, suponemos que un trazado de la fuerza frente al desplazamiento es una línea recta.

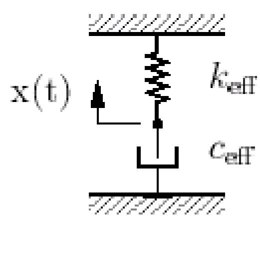

Figura 2: ilustración: muelle y amortiguador.

Por lo tanto, la relación constitutiva para el "muelle" tiene la forma siguiente:

$$f_k(t) = kx(t) \tag{1}$$

donde,

$f_k(t)$ = fuerza aplicada al muelle en la dirección x (N).

k = dureza del muelle (N / m).

$x(t)$ = desplazamiento a través del muelle (m).

Se puede obtener la dureza k vista en la posición L a lo largo de una viga cantilever uniforme a partir de las ecuaciones de flexión de viga, como por ejemplo:

$$k = \frac{3EI}{L^3} \tag{2}$$

donde,

E = módulo de Young (210 Gpa para el acero muelle).

$I = bh^3/12$

b = anchura de la sección transversal de la viga.

h = altura (grosor) de la sección cruzada de la viga.

L = longitud de la viga.

Encontrará esta derivación en la página 248 de nuestro libro de texto.

Un amortiguador neumático acoplado al extremo del cantilever añade amortiguación al sistema. Este amortiguador neumático, simplificando las suposiciones, se puede modelar como un amortiguador puro allí donde la fuerza de amortiguación es proporcional a la velocidad, por lo que escribimos su relación constitutiva de la forma siguiente:

$$f_c(t) = c\dot{x}(t) \tag{3}$$

donde,

$f_c(t)$ = fuerza aplicada al amortiguador en la dirección x (N).

$\dot{x}(t)$ = la diferencia de velocidad por el amortiguador.

c = el coeficiente de amortiguación.

Las fuerzas del muelle y el amortiguador se suman en el nodo que las une (tenga cuidado con las señales cuando esté realizando este paso). Con ayuda de las relaciones constitutivas para el muelle y el amortiguador que se dan en las ecuaciones (1) y (3), podemos escribir un modelo sencillo de primer orden de la respuesta homogénea de nuestro sistema de cantilever y amortiguador de aire de la forma siguiente:

$$0 = c\dot{x}(t) + kx(t). \tag{4}$$

En la figura 3 se puede ver la respuesta de este modelo a un desplazamiento unitario inicial. La *constante de tiempo* τ se utiliza con frecuencia para medir este tipo de respuesta. Hace referencia al tiempo necesario para que la potencia de salida realice una transición del 63% de su cambio total a un valor final. Para más información acerca de la respuesta de los sistemas de primer orden, lea las páginas 55 a 57 del libro de texto.

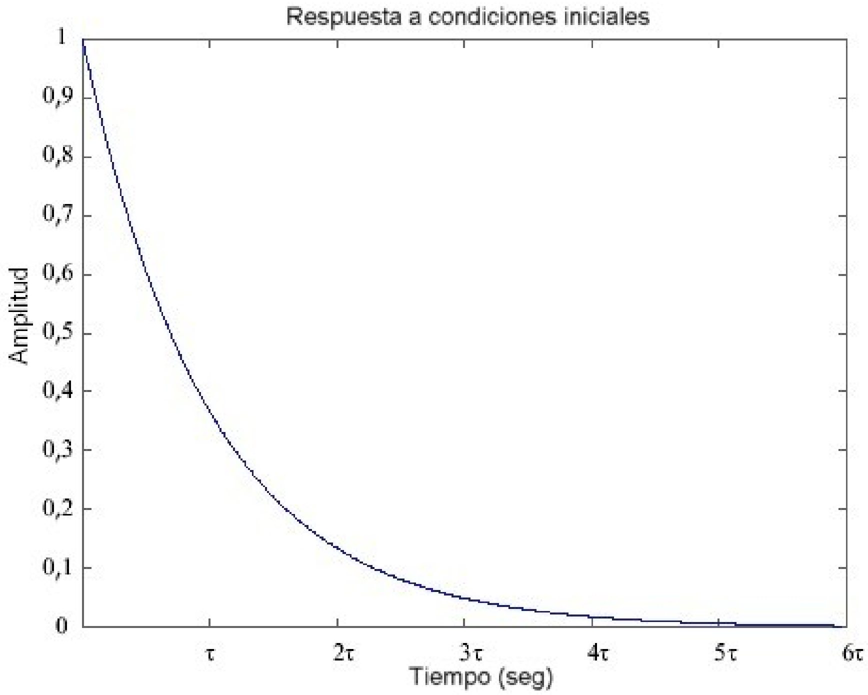

Figura 3: respuesta de un sistema de primer orden a un desplazamiento inicial.

Problemas

1. Determine el valor numérico de la constante *k* del muelle de la viga de acero que se muestra en la figura 1, en la posición *L* en la que se acopla el amortiguador neumático.

2. Halle la solución a la ecuación (4) en el caso en que se le proporciona al sistema un desplazamiento inicial a_0 y se suelta. La solución debería ser como se indica a continuación:

$$x(t) = Ae^{-t/\tau} \tag{5}$$

donde *A* es una constante que ha de ser determinada a partir de las condiciones iniciales y τ es la *constante de tiempo*.

3. Suponga que hemos medido los siguientes datos de potencia de salida de un sistema muelle-amortiguador y que las dimensiones de la viga cantilever de acero muelle son las que se dibujan en la figura 1.

tiempo(s)	x(t) (m)
0,05	0,603562
0,10	0,370003
0,15	0,237730
0,20	0,119463
0,25	0,097361
0,30	0,061777
0,35	0,067113
0,40	0,047411
0,45	0,018140
0,50	0,026348

   (a) Trace los datos.

   (b) Encaje el mejor exponencial "clavando la mirada" en él. Si conoce otros métodos mejores para hacerlo utilícelos de la forma adecuada.

   (c) Determine la constante de amortiguación c que mejor corresponda a los datos dado el ratio del muelle que se calculó anteriormente.

M-file de ejemplo para el trazado

Este archivo se generó con la ayuda de Matlab®

Nota: el símbolo % denota algún comentario.

clear all;
% Borra todas las variables del espacio de trabajo de Matlab®
% En este caso el ; suprime la acción de imprimir el comando
% en la línea de comandos de Matlab®
close all;
% Borra todas las figuras que se visualizan actualmente.
t = [0.05:0.05:0.5]
% Crea un vector t de 0.05 a 0.5 con valores de escalón
de 0.05. t = [0.05 0.1 0.15 ... 0.5]
xt = [0.6, 0.37, 0.24, 0.12, 0.1, 0.06, 0.07, 0.05, 0.02, 0.03]
% Crea un vector xt de 10 columnas con los valores que se
% han introducido. No es necesario incluir la coma.
plot (t,xt)
% Crea un diagrama X-Y de t (x-axis) frente a xt (y-axis)
% Plot tiene muchas opciones; escriba help plot para más detalles
xlabel(`time (s)´)
% Crea la etiqueta **time (s)** para el eje x
% Es necesario incluir los guiones aunque no se visualizarán.
ylabel (`X position (cm)´)
% Crea la etiqueta **X position (cm)** para el eje y
title(`Position vs Time´)
% Sitúa el título **Position vs Time** en la parte superior del diagrama