

Fecha de entrega: martes, 19 de febrero de 2002

En esta práctica, estudiaremos la dinámica de un eje giratorio y los efectos de añadir inercia y la amortiguación de un fluido viscoso. La figura 1 representa el aparato. Modelamos el volante y el eje como una inercia giratoria equivalente y el fluido viscoso como un amortiguador giratorio equivalente, tal y como muestra el esquema de la figura 2.

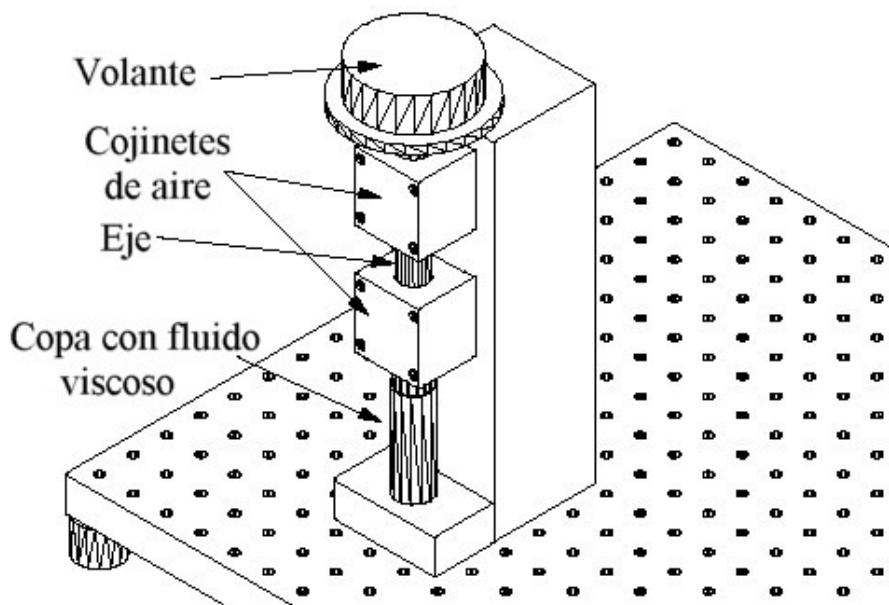


Figura 1: ilustración de un sistema giratorio de primer orden..

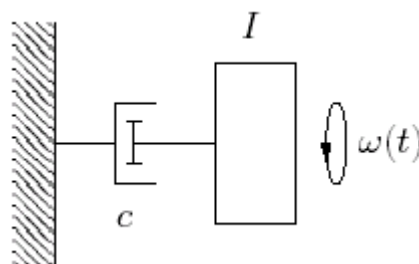


Figura 2: modelo de sistema de parámetro concentrado

En primer lugar, estudiaremos la dinámica de primer orden del eje giratorio. La aceleración rotacional de la masa es proporcional a la torsión aplicada:

$$T = I\dot{\omega} \quad (1)$$

donde,

T = torsión aplicada a la masa en la dirección de $\omega(t)$ (Nm)

I = momento de inercia del eje ($\text{kg}\cdot\text{m}^2$)

$\dot{\omega}$ = la aceleración rotacional (rad/s²)

Utilizando la tabla que aparece en la página 14 en el texto, el momento de inercia de un cilindro uniforme se calcula como:

$$I = \frac{1}{8}md^2 \quad (2)$$

donde,

$$\begin{aligned} m &= \text{masa del eje (kg)} \\ d &= \text{diámetro del eje (m)} \end{aligned}$$

Si se añade un volante al eje, se aumenta la inercia total del sistema. Esta relación es lineal de la forma que se expone a continuación:

$$I_{\text{total}} = I_{\text{volante}} + I_{\text{eje}} \quad (3)$$

En la figura 3 se muestra un esquema del pie del montaje del eje. Para obligar al eje a que adquiera una posición vertical, se acopla una bola de acero templado al eje, de tal forma que entra en contacto con una superficie plana endurecida a lo largo del eje de rotación. Reflexione sobre por qué este plan constituye un buen pivote de fricción baja. Si se aplica una capa fina de miel en el anillo situado entre el eje y la copa se aumenta la amortiguación. La relación constitutiva más sencilla para dicha amortiguación es:

$$T_{\text{viscoso}} = c\omega \quad (4)$$

donde,

T_{viscoso} = torsión aplicada al amortiguador en la dirección de ω (t) (Nm)

c = coeficiente de amortiguación ((Nms)/rad)

ω = velocidad rotacional (rad/s)

El coeficiente de amortiguación c se puede modelar de forma razonable tal y como se da en la tabla de la página 263 del libro de texto.

$$T = \frac{\pi D^3 L \mu}{4\epsilon} \omega = c\omega \quad (5)$$

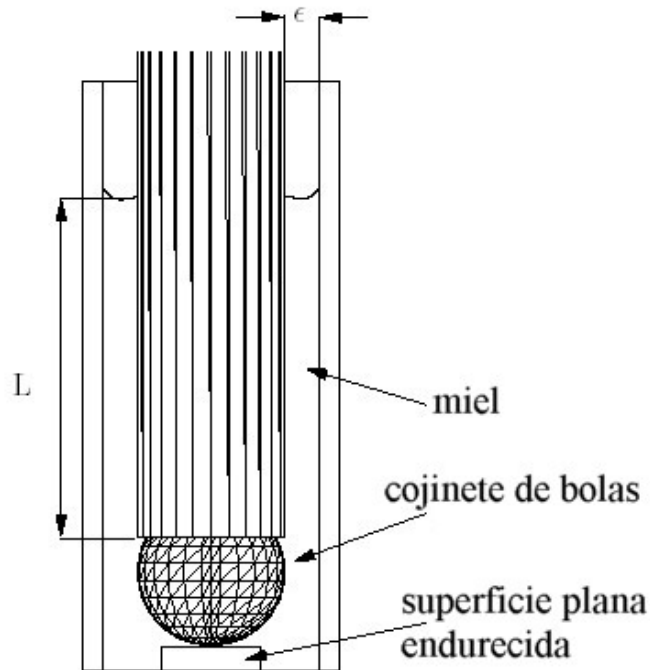


Figura 3: detalle de la configuración de un amortiguador.

Donde,

- μ = coeficiente de viscosidad del fluido (es decir, la densidad que tiene)(Ns/m²)
- D = diámetro del eje (m)
- L = altura del nivel de fluido (m)
- ϵ = hueco entre el eje y la copa (m)

En esta práctica no examinaremos esta fórmula en detalle. Aquí, la clave está en reconocer que el coeficiente de amortiguación es linealmente proporcional a la altura L del fluido viscoso. Por lo tanto, podemos modificar c linealmente si hacemos lo mismo con L .

En ausencia de torques externos, la torsión aplicada al amortiguador ($T_{viscoso}$) es igual y opuesto a la torsión aplicada a la masa (T);

$$T = -T_{viscoso} \quad (6)$$

Haciendo una sustitución a partir de las fórmulas (1) y (4) se obtiene:

$$I\dot{\omega} = -c\omega \text{ or } 0 = I\dot{\omega} + c\omega \quad (7)$$

Es probable que se haya dado cuenta de que esta ecuación tiene la misma forma que el sistema de primer orden que estudiamos en la práctica 1.

Problemas

- Suponga que se le da al eje una velocidad angular inicial $\omega(0)$. Resuelva la ecuación (7) para determinar una expresión para la velocidad angular como una función de tiempo. Muestre todos los pasos que ha seguido en la resolución. Al igual que en la primera práctica, la solución a la ecuación (7) tiene la forma:

$$\omega(t) = Ae^{-t/\tau} \quad (8)$$

¿Cuál es la constante de tiempo de la respuesta en términos de los parámetros del sistema?

- A continuación, consiga una expresión para la posición angular $\theta(t)$ a partir de esta condición inicial. Suponga que $\theta(0) = 0$. ¿Cuál es la constante de tiempo de esta respuesta? Realice un esquema bien presentado de $\theta(t)$ y $\omega(t)$ con el mismo eje t .
- El eje de acero tiene 0,01905 m. de diámetro y una longitud de 0,3048 m. En la figura 5 se muestra el volante de aluminio y en la figura 5 el collar que une el volante con el eje. En la figura 8 se puede ver una vista transversal. Determine la inercia giratoria del sistema. Nota: suponga para todos los problemas que $\rho_{al} = 2.700 \text{ kg/m}^3$ y $\rho_{acero} = 7.850 \text{ kg/m}^3$.
- En la práctica tendrá la oportunidad de medir la respuesta de este sistema. El diagrama de datos (fig. 4) que se muestra más adelante es lo típico que verá. A partir de este diagrama:
 - Calcule la constante de tiempo del sistema.
 - Determine el coeficiente de amortiguación c , dada la inercia del eje calculada anteriormente y la constante de tiempo del apartado (a)
 - Trace la ubicación del polo del sistema en el plano real-imaginario.
 - Utilice los datos de posición que se proporcionan para realizar un diagrama de la velocidad aproximada $\omega(t)$ como una función de tiempo.
 - Explique los pasos que ha seguido para crear este diagrama.
 - ¿Cuál es la condición inicial de la velocidad? Razone su respuesta. Observe que en los datos experimentales la respuesta no “comienza” necesariamente en $t = 0$.

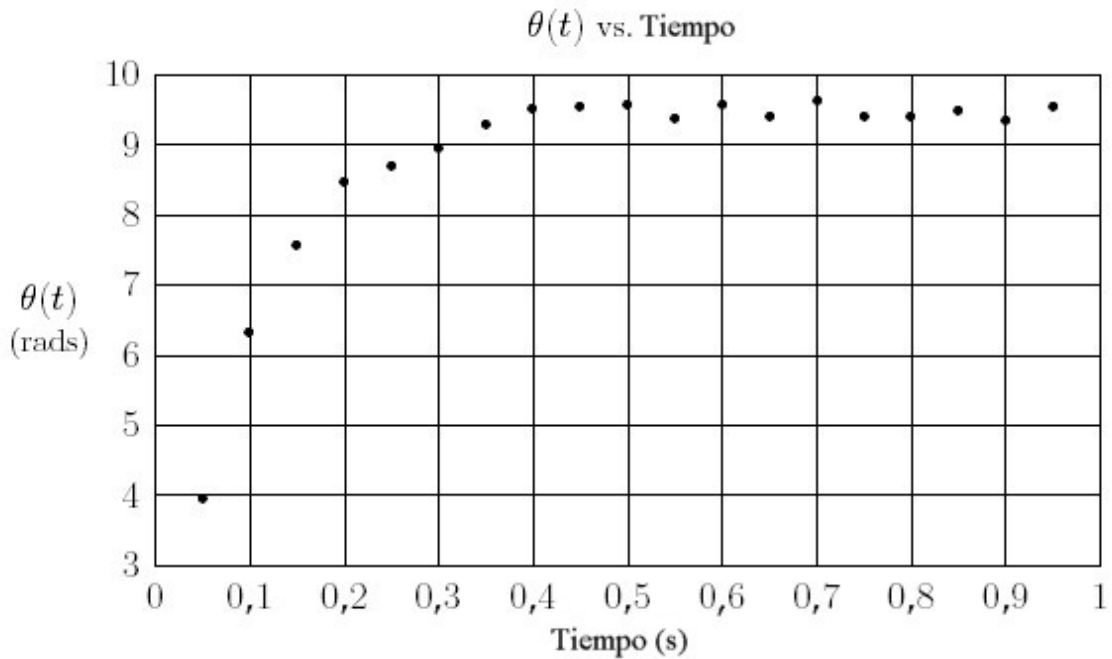


Figura 4: diagrama de datos para el problema 4.

5. Suponga que se añade al volante el anillo de latón que se muestra en la figura 6 (la figura 9 muestra una vista transversal). ¿Cuál es el nuevo valor de I ? (Recuerde que la inercia de un anillo es $1/2M(r^2 + R^2)$, de la página 14 del libro de texto). Utilice $\rho_{\text{latón}} = 7.446 \text{ kg/m}^3$. Emplee el coeficiente c que se determinó en la ecuación (4) para responder a la pregunta siguiente: ¿cuál es la nueva constante de tiempo del sistema, dado que la amortiguación es la misma que se determinó en la sección anterior?

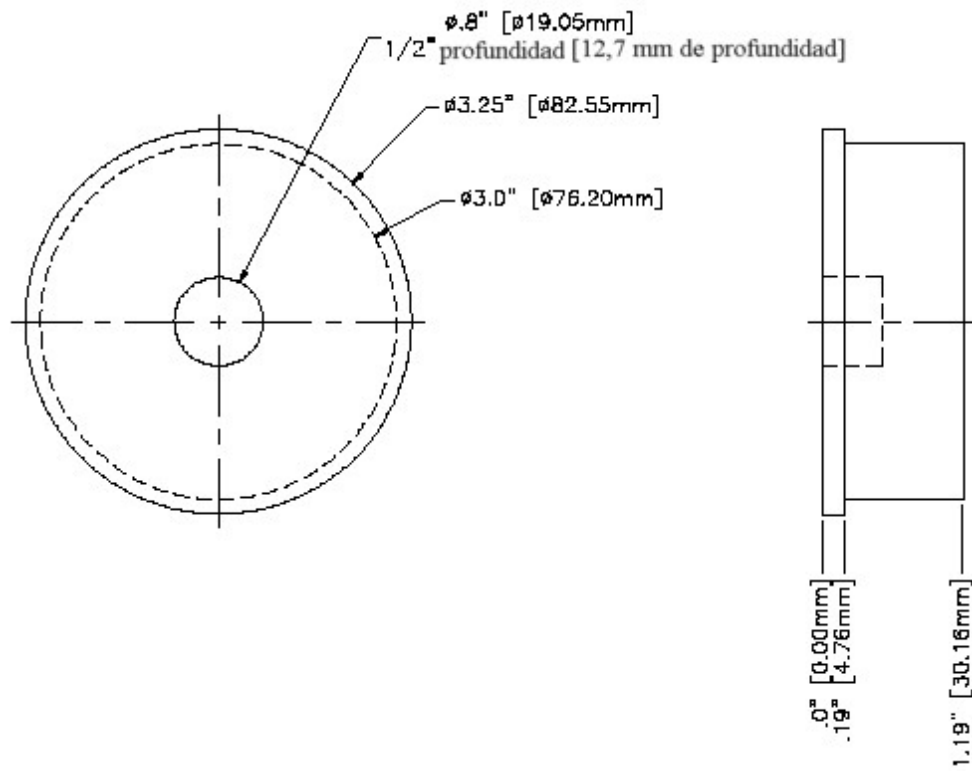


Figura 5: dimensiones de un volante.

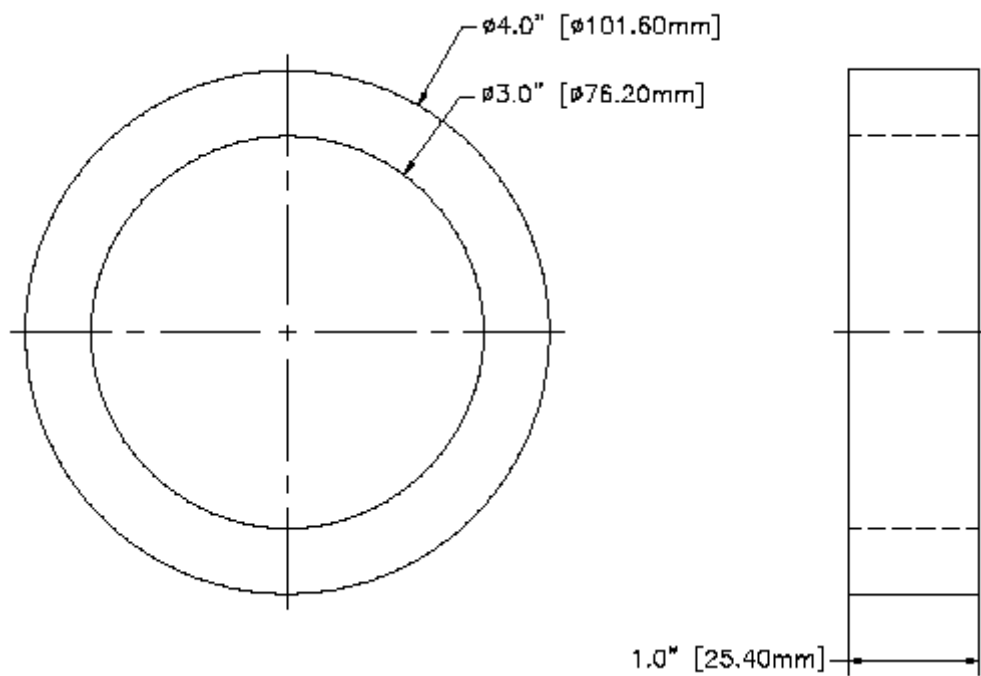


Figura 6: anillo de latón.

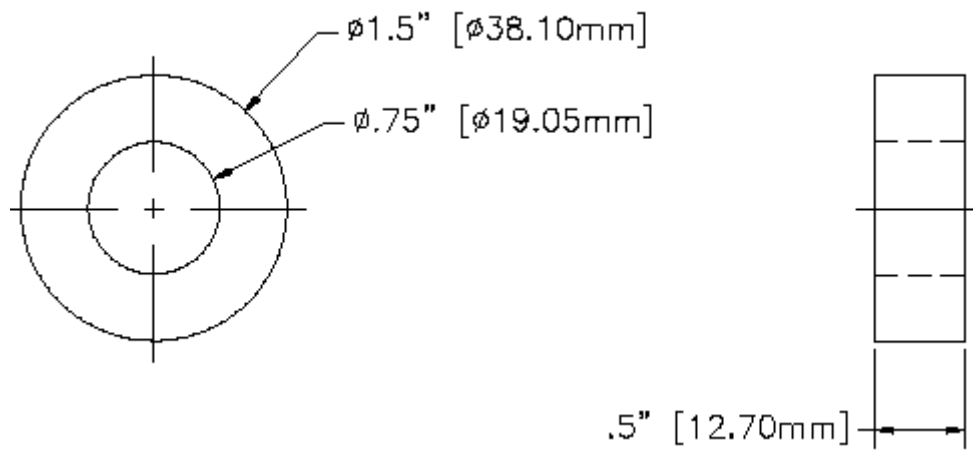


Figura 7: anillo de retención.

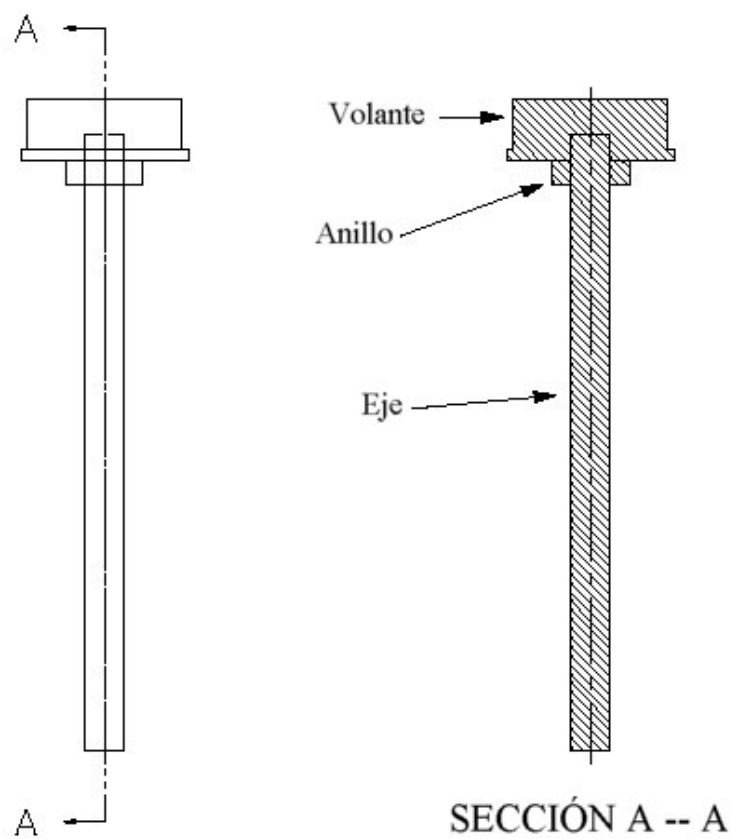


Figura 8: vista transversal del eje y del volante.

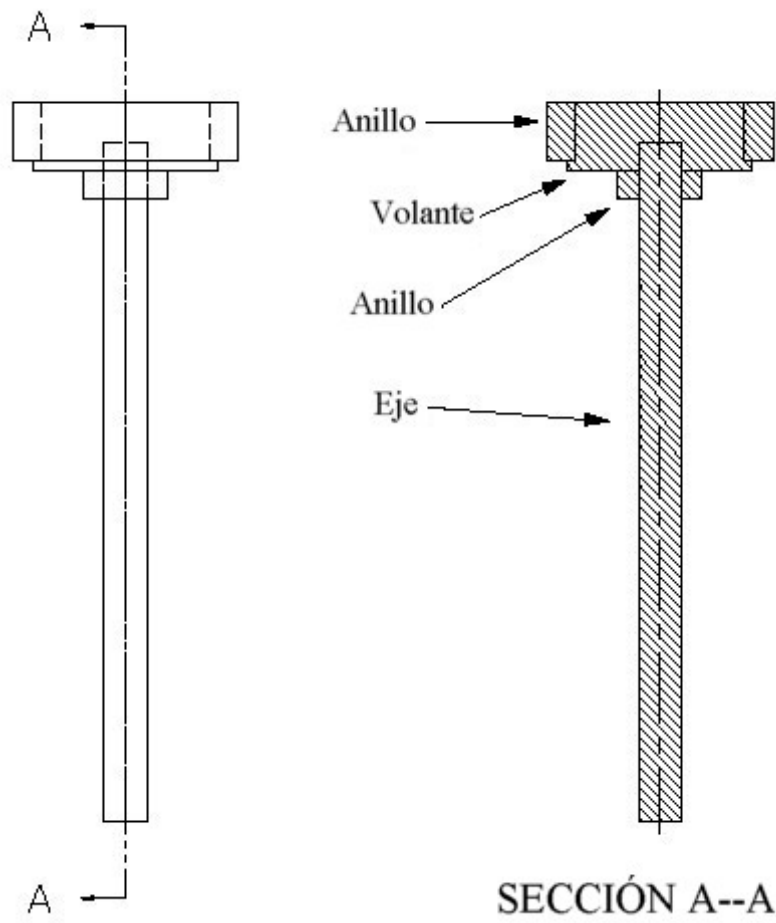


Figura 9: vista transversal del eje, el volante y el anillo de latón.