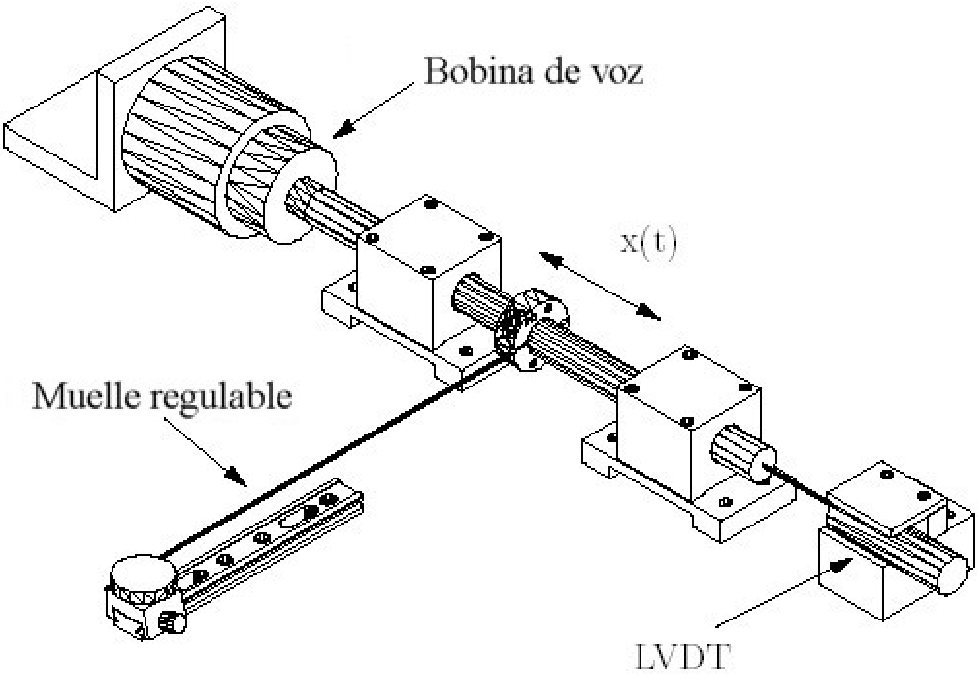
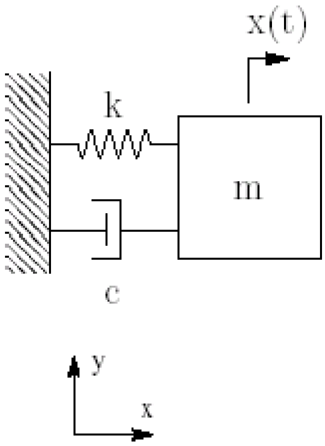
En esta práctica, estudiaremos la dinámica de un sistema de segundo orden compuesto por un muelle, una masa y un amortiguador, tal y como se muestra a continuación en la ilustración.



Modelamos el eje de cojinete (junto con los anillos, el núcleo del LVDT, la bobina de voz, etc. acoplados) como una masa concentrada de 0,85 Kg., la varilla delgada como un "muelle (lineal) regulable" y la bobina de voz como un amortiguador viscoso. Por consiguiente, nuestro sistema se modela tal y como se muestra a continuación:



En este caso, el muelle es una barra con condiciones finales sujeta con abrazadera-sujeta con abrazadera. Se puede calcular la dureza de esta barra en el punto de unión al eje a partir de:

$$k = \frac{12EI}{l^3} \tag{1}$$

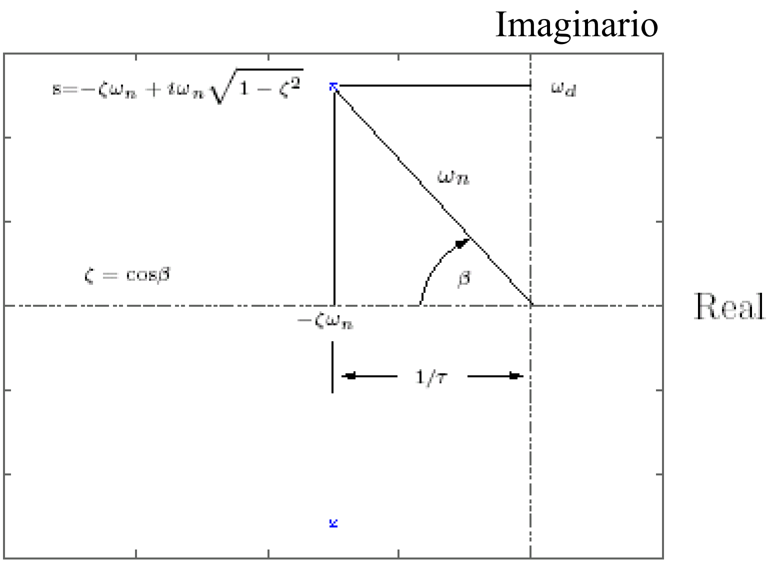
donde,

E = módulo de elasticidad.
$I = \pi r^4/4$.
r = radio del eje de cojinete.
l = longitud de la barra.

Nuestro modelo tiene la forma siguiente:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \tag{2}$$

Se pueden encontrar las soluciones a esta ecuación en la tabla 2.3-1 de nuestro libro de texto. Tal y como se muestra en las páginas 285-288 del libro, se puede describir gráficamente la dinámica del sistema trazando los polos (o raíces) del sistema en el plano complejo, como se muestra en la figura siguiente.



Problemas

1. Dada nuestra barra sujeta con abrazadera-sujeta con abrazadera tiene 1,016 mm de diámetro, un módulo de elasticidad de 210 Gpa y una longitud que se puede variar de 50 a 160 mm, realice un diagrama de la dureza como función de longitud. Asegúrese de que l diagrama es lo suficientemente grande y preciso para que pueda leer bien los valores durante la práctica.

2. Suponga que hemos medido la respuesta del sistema que se muestra en la figura 1.
(a) Calcule ω_d y $\zeta\omega_n$.

(b) Trace los polos de los sistemas en el plano complejo y utilice su diagrama para determinar el valor de ω_d.
(c) Dado que la masa es de 0,85 Kg., calcule los parámetros de dureza y amortiguación para este modelo de segundo orden.

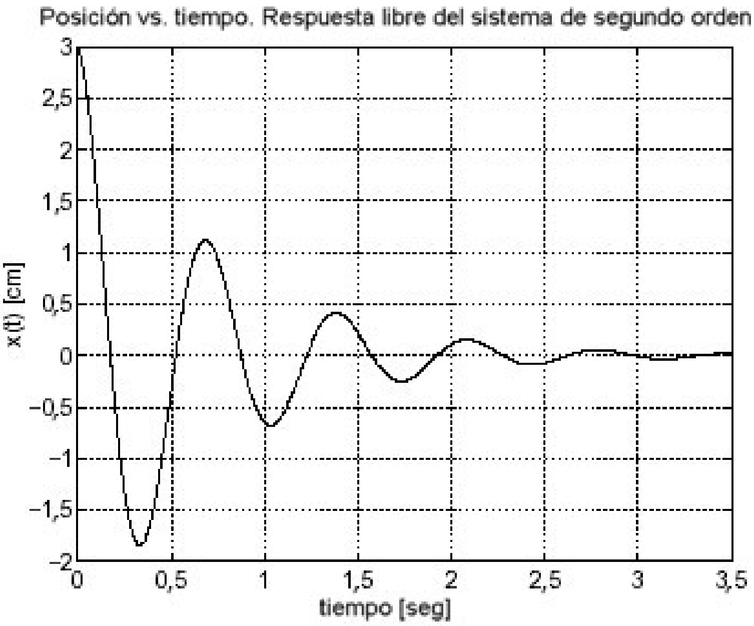


Figura 1: respuesta al sistema de segundo orden.

3. Realice un diagrama preciso del plano s en el que muestra cómo se moverán los polos a medida que varíe la longitud de la varilla de resorte de forma gradual de 50 a 160 mm si:

   (a) el circuito de la bobina de voz está cerrado y medimos c = 14 N· s/m
   (b) el circuito de la bobina de voz está abierto y medimos c = 6 N· s/m

4. Suponga que el sistema está sobreamortiguado con polos en s = –3 y s = –13 rad/sec. Obtenga la expresiones de la respuesta para:

   (a) un desplazamiento inicial x_0 con velocidad inicial cero;
   (b) una velocidad inicial $\dot{x}_0$ con desplazamiento inicial cero.

   Realice, en los dos casos, un esquema preciso con la contribución debida a cada polo, así como la respuesta total.

5. Con frecuencia, nuestro deseo es diseñar un sistema que se mueva de una posición inicial a una final en el mínimo de tiempo. Durante la práctica, podrá ejecutar el sistema con el circuito de la bobina de voz abierto o cerrado y con la longitud de la varilla de resorte en cualquier posición entre 50 y 160 mm. Si se libera el sistema con una velocidad cero desde un desplazamiento de 10 mm, determine la configuración del sistema que minimiza el tiempo que tarda dicho sistema en:

(a) asentarse dentro de 0,5 mm de equilibrio sin excederse;
(b) asentarse dentro de $\pm$1,0 mm de equilibrio si el sobrepaso es aceptable.

Utilice los valores de *c* facilitados en el problema anterior e indique la ubicación de los diseños óptimos en su diagrama del plano *s*. No olvide explicar como halló los diseños óptimos.

Pistas sobre Matlab

En las preguntas 3 y 4, se le pide que genere un número de diagramas. Mientras no se le pida que los genere con Matlab, todos estos diagramas se pueden crear de una forma rápida y fácil utilizando los archivos .m. Las funciones siguientes pueden serle de utilidad:
hold on: guarda el diagrama actual y las propiedades de todos los ejes, de tal forma que se añaden comandos de gráficos posteriores al gráfico ya existente.
hold off: regresa al modo por defecto mediante el que los comandos PLOT borran los diagramas anteriores y reinician las propiedades de todos los ejes antes de dibujar nuevos diagramas.
roots(c): calcula las raíces del polinomio que tienen como coeficientes los elementos del vector c. Ejemplo:

```
C = [1 2 2]
A = roots(C)
```

Restituye,

```
A= -1+1i
   -1-1i
```

imag(c): restituye el componente imaginario de un número complejo c.
real(c): restituye el componente real de un número complejo c.
length(c): restituye la longitud de un vector c.

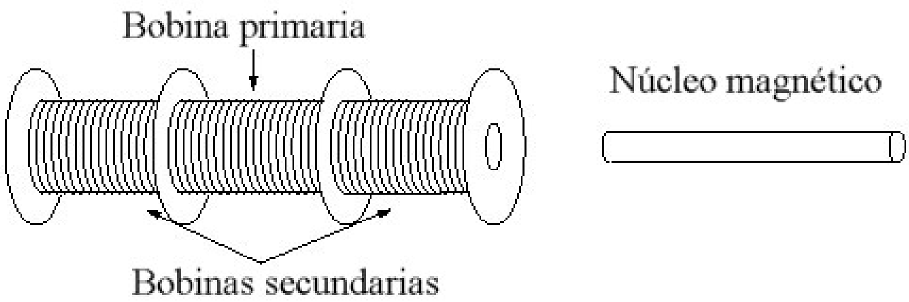
Puede que también le resulte útil comenzar por utilizar bucles *for*. A continuación, le mostramos un archivo .m que utiliza un bucle *for,* además de los otros comandos.

```
%sample.m
a=1;
b=2;
c=[0:1:10];
% Crea un vector de 1-10
hold on;
for i=1:length(c)
% Inicia un bucle for en el que el índice empieza en 1 y
cuenta hacia arriba hasta el tamaño
%of c. length(c)=11 para este ejemplo

    d=[a b c(i)];%Forma d empleando el elemento ith de c
    f=roots(d);%en este caso, el primer elemento de c es 0
    x=real(f); %y el undécimo elemento es 10
```

```
    y=imag(f); %d=as2+bs+c
    plot(x,y,'x')

end
hold off
```

Apéndice: funcionamiento de un LVDT

En esta práctica, utilizaremos un transformador diferencial variable lineal para medir el desplazamiento del eje. Se trata de un transductor electromecánico que produce un voltaje proporcional al desplazamiento del núcleo. Consiste en: (1) un núcleo magnético movible, (2) bobinas primarias y, (3) bobinas secundarias, tal y como se muestra en la figura siguiente.



La aplicación de una tensión AC a la bobina primaria induce tensiones en las dos bobinas secundarias. Las tensiones tiene polaridad opuesta y son proporcionales al área de superposición entre el núcleo magnetizado y las bobinas secundarias. Cuando el núcleo está centrado, las tensiones de las segundas bobinas son iguales en magnitud y, por lo tanto se anulan.

En la figura 2 se representa un núcleo magnetizado desplazado. La tensión en la bobina superior aumenta (y la tensión en la bobina inferior disminuye) proporcionalmente al desplazamiento $x(t)$, de tal forma que V_{fuera} es proporcional a $x(t)$.

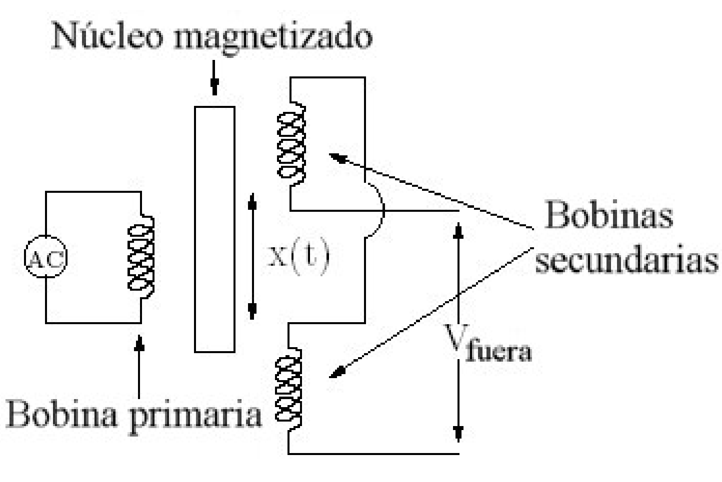


Figura 2: circuito del LVDT