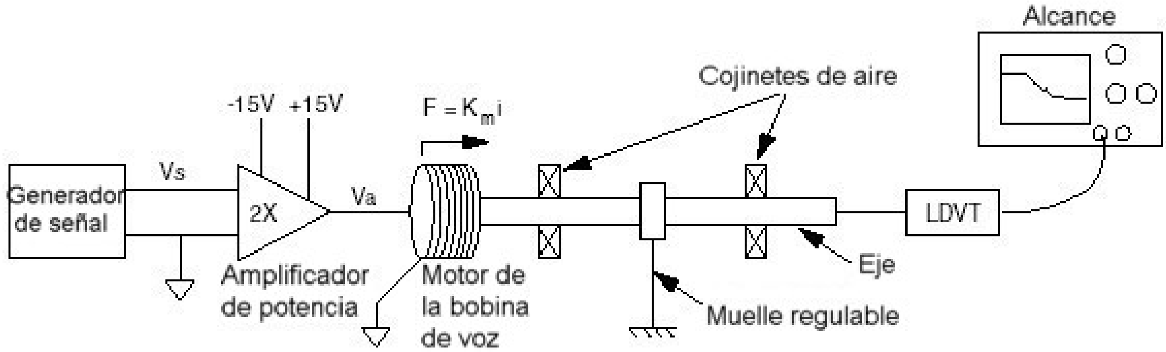

Figura 1: esquema del montaje de la práctica.

En la práctica 4, estudiará la respuesta al escalón del sistema de muelle / masa / amortiguación tratado en la práctica 3. Para la presente práctica, necesitamos generar un nuevo modelo de sistema, ya que utilizaremos el motor de la bobina de voz para estimular el sistema.

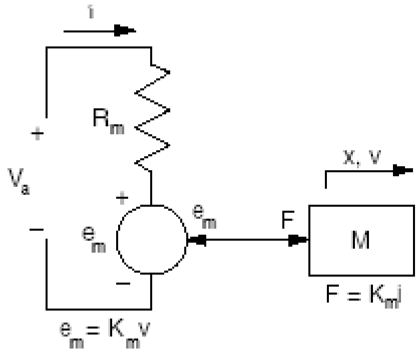

Figura 2: circuito del motor de bobina de voz impulsado por una tensión (*Va*).

En general, los motores dc (un motor de bobina de voz es un motor dc de fase única que produce un movimiento lineal) producen una fuerza proporcional a la corriente conducida a través del motor.

$$F_m = K_m i \tag{1}$$

donde K_m es la fuerza del motor constante con unidades de $N = A$ para los sistemas lineales. Un motor dc puede ser impulsado por una fuente de corriente o de tensión. En esta práctica, utilizará una fuente de tensión (el amplificador de potencia) para impulsar el sistema. El diagrama de circuito correspondiente a este sistema se muestra en la figura 2. En este circuito, *Va* es la tensión del amplificador de potencia, *Rm* es la resistencia eléctrica de las bobinas del motor y *x* es el desplazamiento del motor. (Para nuestros propósitos, podemos ignorar la inductancia y capacitancia de la bobina). El accionador introduce una nueva variable e_m denominada fuerza contraelectromotriz (*back emf*). e_m corresponde a la tensión generada en las bobinas del motor en el momento en que éstas son desplazadas a través de un campo magnético. De hecho, se puede demostrar que:

$$e_m = K_m \dot{x} \tag{2}$$

$$\text{Unidades:} \quad [V] \equiv \frac{[J]}{[C]} = \frac{[J/s]}{[C/s]} = \frac{[W]}{[A]} = \frac{[N \cdot m]}{[A \cdot s]}$$

Si se suman las tensiones alrededor del circuito, se obtiene:

$$V_a = iR_m + e_m = iR_m + K_m \dot{x} \tag{3}$$

Si se resuelve la ecuación 3 para I, tenemos:

$$i = \frac{V_a - K_m \dot{x}}{R_m} \tag{4}$$

Si se substituye i en la ecuación 1 para determinar la fuerza a partir del motor de la bobina de voz, tenemos:

$$F_m = K_m i = K_m \frac{V_a - K_m \dot{x}}{R} = \frac{K_m}{R} V_a - \frac{K_m^2}{R} \dot{x} \tag{5}$$

Como puede observar, la fuerza procedente del motor contiene un término proporcional a la entrada del sistema Va y el negativo de un término proporcional a la velocidad del sistema de bobinas / ejes. El término K_m^2 / R se puede interpretar ahora directamente como una constante c de amortiguación equivalente con unidades de $N s / m$.

Como ya pudo ver en la práctica 3, la *back emf* no es la única fuerza de amortiguación que se da en el motor de bobina de voz. Otra fuerza de este tipo son las corrientes que fluyen en la copa de aluminio que sostiene las bobinas del motor. Dado que el aluminio es conductor, en el caso de la copa de aluminio, se aplica la misma física (Ley de la inducción de Faraday) que para mover las bobinas de cobre del motor a través de un campo magnético. La acción de mover la copa a través del campo magnético del motor provoca un potencial de tensión en la copa. Puesto que la copa es una parte continua, la tensión induce una corriente (denominada generalmente corriente Eddy) para que fluya por la copa. La corriente inducida actúa posteriormente con el campo magnético creando así una fuerza en la copa (Ley de Amperio). Es posible calcular de forma analítica una constante de amortiguación asociada con las corrientes Eddy en la copa aunque, para los objetivos actuales utilizaremos la constante de amortiguación medida en la práctica (*cieddy* = 5 Ns/m).

Si incluimos la corriente Eddy en nuestro modelo de motor, obtenemos lo siguiente:

$$F_m = \frac{K_m}{R} V_a - \left(\frac{K_m^2}{R} + c_{i_{eddy}} \right) \dot{x} \tag{6}$$

Observe que, puesto que el amplificador actúa como fuente de *tensión*, la amortiguación que se da en el sistema es la misma que la que se daría con la bobina accionadora cortocircuitada.

Problemas

1. Dadas las características de fuerza del motor (ecuación 6), obtenga la ecuación diferencial que relaciona la entrada de tensión del generador de señales v_s con la posición x del eje para este sistema.

2. A menudo, resulta difícil medir el 2% de tiempo de asentamiento de un sistema en la práctica. Generalmente se suele utilizar una métrica del 5% de tiempo de asentamiento. Determine la relación entre τ y el 5% de tiempo de asentamiento (es decir, $t_s\,(5\%) = a\tau$, donde a es una constante).

3. Dado que:

$$
\begin{aligned}
K_m &= 7.1\,\frac{[N]}{[A]}\\
R &= 5.5\,[\Omega]\\
m &= 0.85\,[kg]\\
k &= \frac{0.132}{l^3}\,\frac{[N]}{[m]}
\end{aligned}
$$

Calcule, de forma analítica, la respuesta al escalón para longitudes de muelle de 50, 100 y 150 mm. y proporcione una expresión para sus funciones de tiempo (es decir, determine $x(t)$ para cada longitud de muelle). Utilice MATLAB para trazar cada una de estas respuestas de tiempo.

4. Para cada respuesta en el problema 3, determine de forma gráfica t_r, t_p, M_p y t_s (5%).

5. Calcule t_r, t_p, M_p y t_s (5%) directamente de la ecuación diferencial utilizando las fórmulas de la sección 4.4 de Palm. Compare estos resultados con los valores que ha hallado gráficamente.