Problema 1

a) Este problema es un poco complicado. Para resolverlo correctamente, necesita reemplazar la masa por una fuerza equivalente (f_m), tal y como se muestra en la figura.

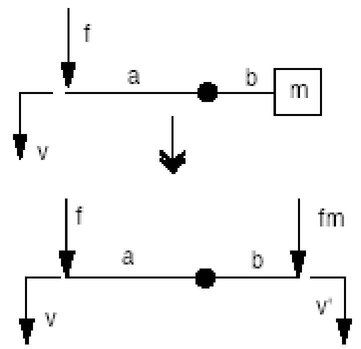

Figura 1: diagrama de cuerpo libre para el problema 1-a

$$
\begin{aligned}
f_m &= m\dot{v}' \\
\frac{v}{a} &= -\frac{v'}{b} \\
v' &= -\frac{a}{b}v \\
f_m &= -m\frac{a}{b}\dot{v} \\
af &= -bf_m \\
f &= m\frac{a^2}{b^2}\dot{v} \\
m_{eq} &= m\frac{a^2}{b^2}
\end{aligned}
$$

b) Sería conveniente que este problema resolviese con la ayuda de un diagrama de cuerpo libre. Es preciso que observe que todas las masas se desplazan a la misma velocidad, por lo que únicamente necesitará diagramas de cuerpo libre para una rueda y para las masas combinadas.

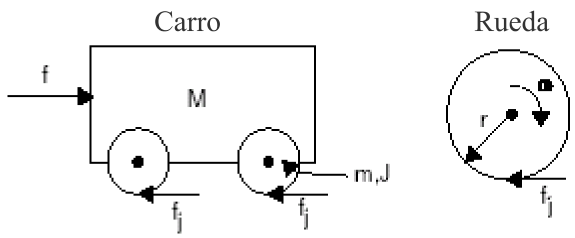

Figura 2: diagrama de cuerpo libre para el problema 1-b

Fíjese en la fuerza *fj.* No es una fuerza de fricción, aunque se crea mediante la fricción entre el neumático y la superficie de la carretera y es la fuerza que se requiere para la aceleración de la inercia rotacional de la rueda. A partir de la figura, tenemos:

En el carro $\Sigma F = (M+4m)\ddot{x} = f - 4f_j$

En una rueda $\Sigma T = J\dot{\omega} = f_j r$

El hecho de que no exista deslizamiento significa que,

$$\begin{aligned} v &= \dot{x} = r\omega \Rightarrow \dot{\omega} = \frac{\ddot{x}}{r} \\ f_j &= \frac{J}{r^2}\ddot{x} \\ \left(M + 4m + 4\frac{J}{r^2}\right)\ddot{x} &= f \\ M_{eq} &= M + 4m + 4\frac{J}{r^2} \end{aligned}$$

c) De nuevo, sería conveniente que resolviese este problema con la ayuda de diagramas de cuerpo libre. Observe que la primera polea no presenta ningún tipo de inercia. A partir del DCL,

Polea 1 $\Sigma T = 0 = r1(f_1 - f_2) + T$

Polea 2 $\Sigma T = J\dot{\omega}'$

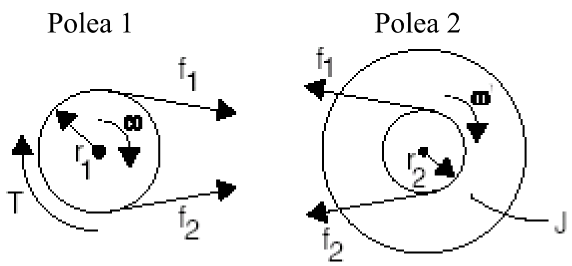

Figura 3: diagrama de cuerpo libre para el problema 1-c

Problema 2

Las dos primeras figuras para este problema son totalmente irrelevantes para la solución real, únicamente se presentan para demostrar el proceso de deducción que tendría que llevar a cabo si resolviese este problema por su cuenta.

a) A partir del DCL,

$$\Sigma F = m_1\ddot{x} = f_g - f_k - f_b$$

Donde, $f_g = m_1 g$

$$\begin{aligned} f_k &= kx \\ f_b &= b\dot{x} \\ m_1\ddot{x} &= m_1 g - b\dot{x} - kx \end{aligned}$$

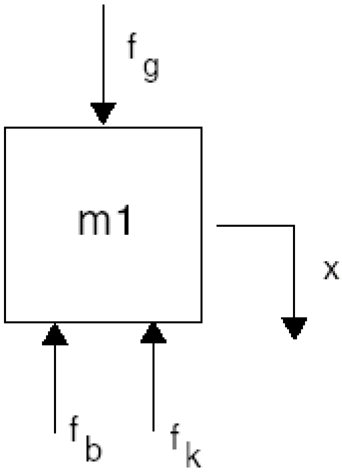

Figura 4: diagrama de cuerpo libre para P2

$$\ddot{(x)} + \frac{b}{m_1}\dot{x} + \frac{k}{m_1}x = g$$

con $x_0 = 0,\ \dot{x}_0 = v_0$

b) Para que el sistema experimente una oscilación ζ tiene que ser un valor inferior a 1.

$$\begin{aligned}
\omega_n^2 &= \sqrt{\frac{k}{m}} \\
2\zeta\omega_n &= \frac{b}{m} \\
\zeta &= \frac{1}{2}\frac{b}{m}\sqrt{\frac{m}{k}} = \frac{b}{2\sqrt{km}} \\
\zeta &< 1 \\
b &< 2\sqrt{km}
\end{aligned}$$

c) Dado que este es un sistema de segundo orden bastante directo, simplemente podemos añadir la respuesta forzada y la libre.

$$x(t) = x_{libre}(t) + x_{forzada}(t)$$

$$x_{forzada}(t) = \frac{g}{k}\left[\frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}}e^{-\zeta\omega_n t}\sin\left(t\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}+\phi\right)+1\right]$$

$$x_{libre}(t) = \frac{v_0}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}}e^{-\zeta\omega_n t}\sin\left(t\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}\right)$$

Para todos los problemas del circuito se acepta utilizar $\frac{d}{dt}$ en lugar de *s*.

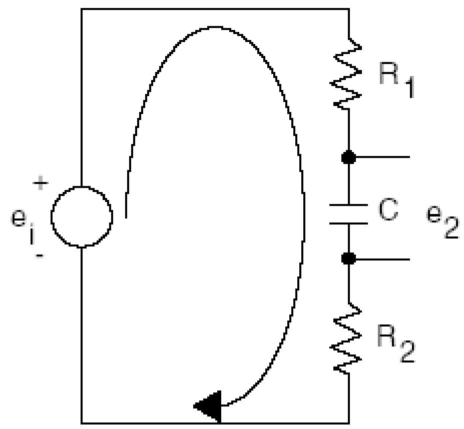

Figura 5: circuito para P3.

Problema 3: Palm 3.4

Este es un problema muy sencillo. Nos interesa la tensión a lo largo del condensador e_2. Para resolver este problema necesitamos sumar las tensiones de alrededor del bucle y, a continuación, obtener las corrientes nodales.

$$\begin{aligned} \Sigma V &= e_1 - e_{R1} - e_c - e_{R2} \\ \text{Donde, } e_{R1} &= i_{R1} R_1 \\ e_c &= \frac{i_c}{sC} \\ e_{R2} &= i_{R2} R_2 \end{aligned}$$

corrientes en el nodo 1 $i_{R1} - i_c = 0$

corrientes en el nodo 2 $i_c - i_{R2} = 0$

por lo tanto, $i = i_c = i_{R2} = i_{R1}$

con la ayuda de un poco de álgebra obtenemos que,

$$i = \frac{sC}{sC(R_1 + R_2) + 1} e_1$$

si sustituimos los valores en e_2 $\dfrac{e_2}{e_1} = \dfrac{1}{sC(R_1 + R_2) + 1}$

Problema 4: Palm 3.5

Este circuito tiene tres bucles de tensión. Solamente necesitamos trabajar con dos de ellos.

$$\begin{aligned} \Sigma V_1 &= 0 = e_i - e_{R2} \\ \Sigma V_2 &= 0 = e_{R2} - e_{R1} - e_c \\ \text{o bien, } \Sigma V_3 &= 0 = e_i - e_{R1} - e_c \end{aligned}$$

$$\text{donde, } e_c = e_2 = \frac{i_c}{sC}$$
$$e_{R1} = i_{R1}R_1$$
$$e_{R2} = i_{R2}R_2$$

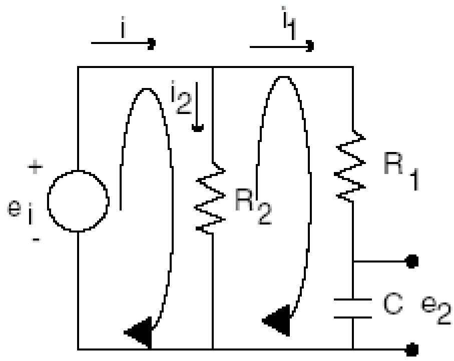

Figura 6: circuito para P4.

Observe que $i_{R1} = i_c = i1$

resolvemos para i_1 $i_1\left(R_1 + \frac{1}{sC}\right) = e_i$

$$i_1 = \frac{sC}{sCR_1 + 1}e_i$$

sustituimos para e_2 $\frac{e_2}{e_i} = \frac{1}{sCR_1 + 1}$

Problema 5: Palm 3.6

Este circuito posee tres circuitos cerrados de tensión. Nosotros solamente necesitamos dos para resolver el problema.

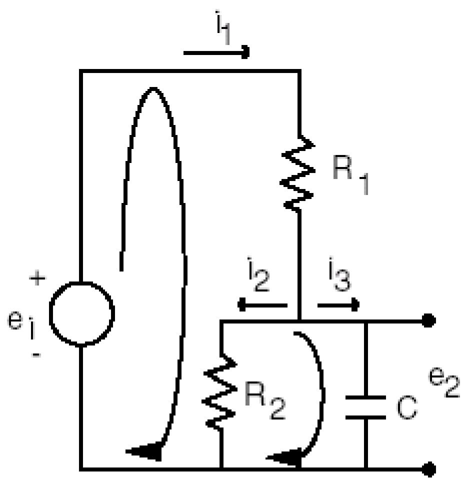

Figura 7: circuito para P5

$$\begin{aligned}\Sigma V_1 &= 0 = e_i - e_{R1} - e_c \\ \Sigma V_2 &= 0 = e_{R2} - e_c\end{aligned}$$

donde $e_c = e_2 = \dfrac{i_c}{sC}$

$$\begin{aligned}e_{R1} &= i_{R1} R_1 \\ e_{R2} &= i_{R2} R_2\end{aligned}$$

Si sumamos las corrientes $i_{R1} = i_{R2} + i_c$

Si resolvemos para i_{R2} $i_{R2} R_2 = \dfrac{i_c}{sC}$

$$i_{R2} = \frac{i_c}{sCR_2}$$

Si resolvemos para i_{R1} $i_{R1} = \left(1 + \dfrac{1}{sCR_2}\right) i_c$

Si resolvemos para i_c $e_i = R_1 \left(1 + \dfrac{1}{sCR_2}\right) i_c + \dfrac{i_c}{sC}$

$$i_c = \frac{sC}{sCR_1 + \dfrac{R_1 + R_2}{R_2}} e_i$$

Si resolvemos para e_2 $\dfrac{e_2}{e_i} = \dfrac{1}{sCR_1 + \dfrac{R_1 + R_2}{R_2}}$