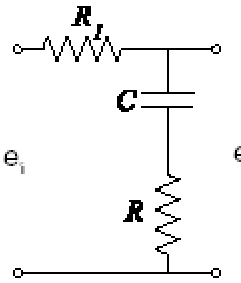


Figura P3.15

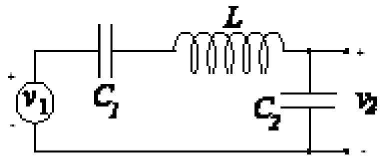


Figura P3.18

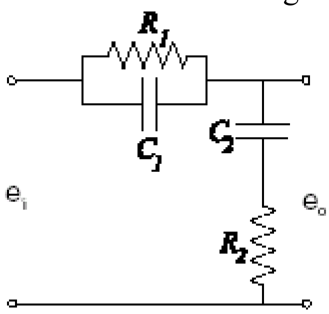


Figura P3.20

Problema 1: Palm 3.15

En primer lugar, el equivalente de la impedancia de los componentes de distintos circuitos es como se describe a continuación:

Condensador $Z_c = \frac{1}{C_s}$

Bobina de inductancia $Z_i = L_s$

Resistencia $Z_r = R$

Tenemos las relaciones siguientes para este circuito:

$$\begin{aligned} e_i &= (Z_{R1} + Z_c + Z_R)i \\ e_o &= (Z_c + Z_R)i \end{aligned}$$

Si sustituimos y resolvemos para i, obtenemos:

$$\frac{e_o}{e_i} = \frac{Z_c + Z_R}{Z_{R1} + Z_c + Z_R}$$

Si sustituimos para las impedancias, obtenemos,

$$\begin{aligned} \frac{e_o}{e_i} &= \frac{\frac{1}{Cs} + R}{R1 + \frac{1}{Cs} + R} \\ \frac{e_o}{e_i} &= \frac{RCs + 1}{(R_1 + R)Cs + 1} \end{aligned}$$

Problema 2: Palm 3.18

Las dos relaciones siguientes se pueden hallar a partir del circuito:

$$\begin{aligned} v_1 &= (Z_{c1} + Z_L + Z_{c2})i \\ v_2 &= Z_{c2} i \end{aligned}$$

Si sustituimos y resolvemos para i, obtenemos:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{Z_{c2}}{Z_{c1} + Z_L + Z_{c2}}$$

Si sustituimos para las impedancias, obtenemos:

$$\begin{aligned} \frac{v_2}{v_1} &= \frac{\frac{1}{C_2 s}}{\frac{1}{C_1 s} + Ls + \frac{1}{C_2 s}} \\ \frac{v_2}{v_1} &= \frac{C_1 s}{s(C_1 C_2 L s^2 + (C_1 + C_2))} \\ \frac{v_2}{v_1} &= \frac{C_1}{C_1 C_2 L s^2 + (C_1 + C_2)} \end{aligned}$$

Problema 3: Palm 3.20

El circuito nos proporciona las relaciones siguientes:

$$\begin{aligned} e_i &= (Z_{eq} + Z_{c2} + Z_{R2})i \\ e_o &= (Z_{c2} + Z_{R2})i \\ \text{donde, } Z_{eq} &= \left(\frac{1}{Z_{R1}} + \frac{1}{Z_{c1}}\right)^{-1} \\ Z_{eq} &= \frac{R_1}{R_1 C_1 s + 1} \end{aligned}$$

Si sustituimos y resolvemos para i, obtenemos:

$$\frac{e_o}{e_i} = \frac{Z_{c2} + Z_{R2}}{Z_{c2} + Z_{eq} + Z_{R2}}$$

Si sustituimos para las impedancias, obtenemos:

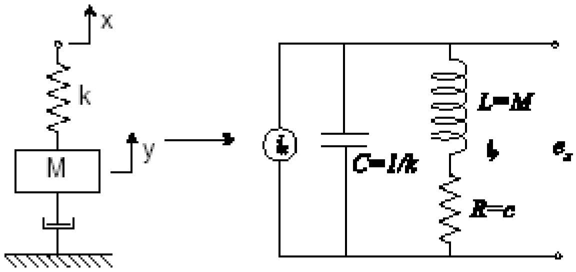
$$\frac{e_o}{e_i} = \frac{\frac{1}{C_2 s} + R_2}{\frac{R_1}{R_1 C_1 s+1} + \frac{1}{C_2 s} + R2}$$
$$\frac{e_o}{e_i} = \frac{(R_2 C_2 s+1)(R_1 C_1 s+1)}{C_1 C_2 R_1 R_2 s^2 + (R_1 C_1 + R_1 C_2 + C_2 R_2)s + 1}$$

Problema 4: Palm 4.9-a (no es obligatorio)

A pesar de que el profesor Gossard eliminó este problema del boletín de problemas y no dio ninguna clase sobre el método de la impedancia para los sistemas mecánicos, he pensado que le interesaría ver cómo se resuelve este problema mediante la impedancia. Si así lo desea, puede ignorar este problema.
En primer lugar, deberíamos enumerar cuáles son los equivalentes entre los sistemas mecánicos y los sistemas eléctricos.

Tipo de elemento	Sist. eléctrico		Sist. mecánico	
	Nombre	Impedancia	Nombre	Impedancia
fuente de esfuerzo	tensión	e o v	fuerza	f
fuente de flujo	corriente	i	velocidad	v
almacenamiento de flujo	condensador	$\frac{1}{C_s}$	muelle	$\frac{k}{s}$
almacenamiento de esfuerzo	Bobina de inductancia	L_s	masa	ms
disipador	resistencia	R	amortiguador	b o c

Sería conveniente que señalase que la terminología que aquí se usa es la mía propia y que, es posible que no se corresponda a la que presenta el profesor Gossard o a la que se pueda encontrar en cualquier otra documentación. Además, los equivalentes que se proporcionan aquí son solamente los más comunes, siendo posible determinar otros alternativos.
La forma más sencilla de resolver este problema mediante la impedancia, es determinando un circuito eléctrico que sea análogo al sistema mecánico que se muestra. En primer lugar, tomemos nota de las variables que nos interesan, x e y. Estas variables no se corresponden exactamente con ninguna de nuestras variables definidas. De hecho, éstas son las integrales de nuestras variables de flujo, tal que $x = \frac{v_x}{s}$ e $y = \frac{v_y}{s}$. Dado que el método de la impedancia prefiere trabajar con fuerzas y velocidades, resulta mucho más sencillo hallar la relación $\frac{v_y}{v_x}$ que resolver directamente $\frac{y}{x}$, pero estamos de suerte, ya que estas dos cantidades son equivalentes. Para determinar el equivalente de nuestro circuito, observamos que la fuerza que se aplica al muelle y a la masa como consecuencia de x son equivalentes (es decir, comparten un esfuerzo común). En segundo lugar, observamos que la masa y el amortiguador comparten al menos una velocidad común (es decir, comparten un flujo común).



Entonces, si resolvemos el circuito, tenemos:

$$\begin{aligned}
e_x &= Z_{eq} i_x = Z_{eq} \dot{x} \\
Z_{eq} &= \left(\frac{1}{Z_y} + \frac{1}{Z_c} \right)^{-1} \\
Z_y &= Ls + R = Ms + c \\
Z_c &= \frac{k}{s} \\
Z_{eq} &= \frac{k(Ms + c)}{Ms^2 + bs + k} \\
i_y &= \dot{y} = \frac{e_x}{Z_y} \\
\frac{y}{x} &= \frac{\dot{y}}{\dot{x}} = \frac{i_y}{i_x} = \frac{k}{Ms^2 + bs + k}
\end{aligned}$$