Problema 1: Palm 3.38

En primer lugar necesitamos seleccionar nuestras variables de estado. En este caso, la energía se almacena en la bobina de inductancia y en el condensador. Por consiguiente, quisiéramos que fuesen nuestras variables de estado, es decir, $x_1 = i_1$ y $x_2 = v_c$, donde v_c es la tensión que se da a través del condensador. Las siguientes ecuaciones se pueden hallar mediante las leyes de tensión, de corriente y de componentes.

$$\begin{aligned} v_1 &= L_1 \frac{di_1}{dt} + i_3 R \\ i_3 R &= v_2 + v_3 \\ i_1 &= i_2 + i_3 \\ v_c &= \frac{1}{C}\int i_2 dt \end{aligned}$$

A continuación, necesitamos expresar estas ecuaciones en forma de estado.

$$\begin{aligned} L_1 \frac{dx_1}{dt} &= v_1 - i_3 R = v_1 - v_2 - v_c = v_1 - v_2 - x_2 \\ \frac{dv_c}{dt} &= \frac{i_2}{C} = \frac{1}{C}(i_1 - i_3) = \frac{1}{C}\left(x_1 - \frac{v_2}{R} - \frac{v_c}{R}\right) = \frac{1}{C}\left(x_1 - \frac{v_2}{R} - \frac{x_2}{R}\right) \end{aligned}$$

Las potencias de salida se expresan de la forma siguiente:

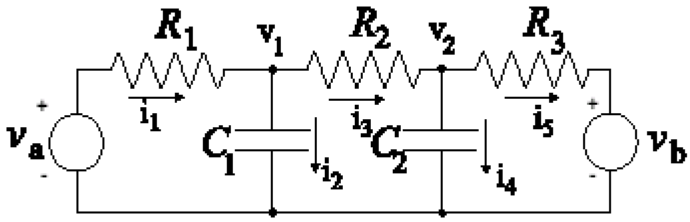
$$\begin{aligned} i_1 &= x_1 \\ i_2 &= \left(x_1 - \frac{v_2}{R} - \frac{x_2}{R}\right) \end{aligned}$$

Por lo tanto A, B, C y D son:

$$\begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} 0 & -1/L \\ 1/C & -1/RC \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} 1/L & -1/L \\ 0 & -1/RC \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & -1/R \end{bmatrix} \\ D &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1/R \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Problema 2: Palm 3.40

En este caso, nuestras variables de estado corresponden a nuestras potencias de salida.



$x_1 = v_1 = v_{c1}$ y $x_2 = v_2 = v_{c2}$. A partir del circuito se deduce que,

$$\begin{aligned}
v_a &= R_1 i_1 + v_1 \\
v_1 &= \frac{1}{C_1}\int i_2 dt \\
v_1 &= R_2 i_3 + v_2 \\
v_2 &= \frac{1}{C_2}\int i_4 dt \\
v_2 &= R_3 i_5 + v_b \\
i_1 &= i_2 + i_3 \\
i_3 &= i_4 + i_5
\end{aligned}$$

Si resolvemos para d_{v1}/dt y d_{v2}/dt, tenemos:

$$\begin{aligned}
C_1\frac{dv_1}{dt} &= i_2 = i_1 - i_3 = \frac{1}{R_1}(v_a - v_1) - \frac{1}{R_2}(v_1 - v_2) \\
C_1\frac{dx_1}{dt} &= \frac{v_a}{R_1} - \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)x_1 + \frac{x_2}{R_2} \\
C_2\frac{dv_2}{dt} &= i_4 = i_3 - i_5 = \frac{1}{R_2}(v_1 - v_2) - \frac{1}{R_3}(v_2 - v_b) \\
C_2\frac{dx_2}{dt} &= \frac{x_1}{R_2} - \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right)x_2 + \frac{x_b}{R_3}
\end{aligned}$$

Por lo tanto A, B, C y D son:

$$\begin{aligned}
A &= \begin{bmatrix} -\frac{1}{C_1}\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) & \frac{1}{R_2 C_1} \\ \frac{1}{C_2 R_2} & -\frac{1}{C_2}\left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}\right) \end{bmatrix} \\
B &= \begin{bmatrix} \frac{1}{R_1 C_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{R_3 C_2} \end{bmatrix} \\
C &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \\
D &= 0
\end{aligned}$$

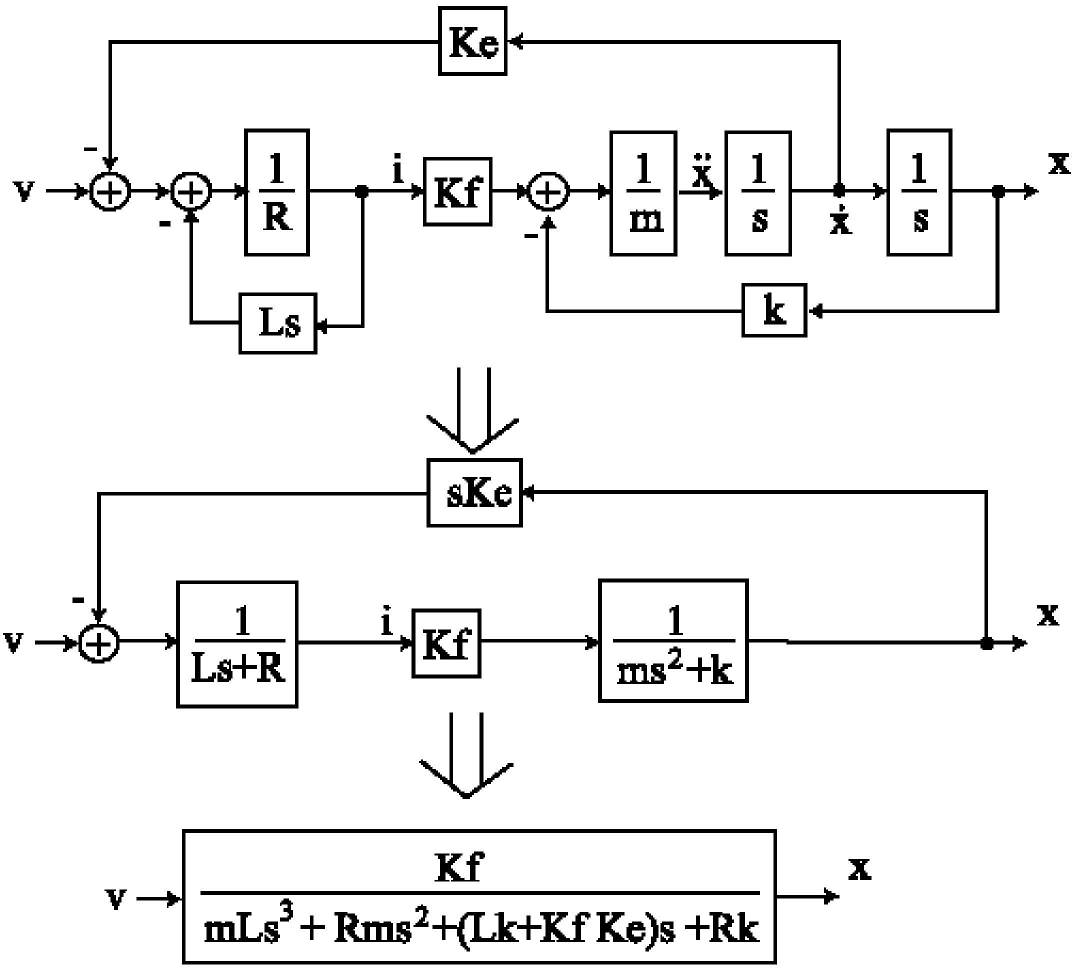
Problema 3: Palm 3.31

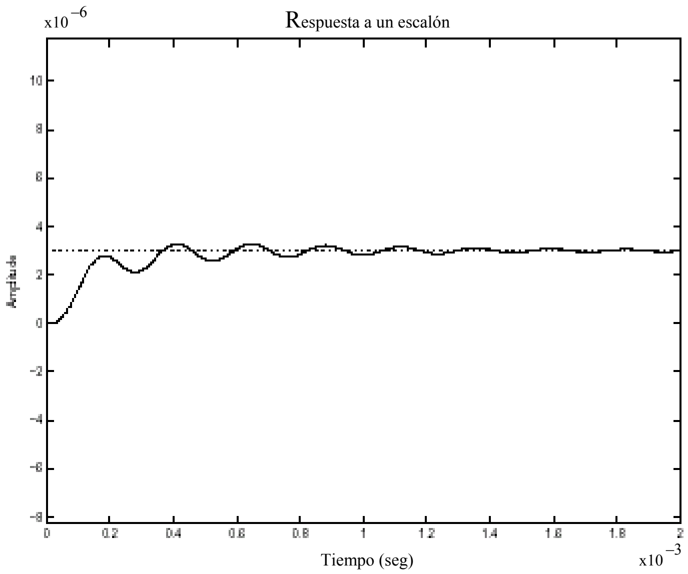
a) Raíces = $-7{,}1e3$, $-1{,}45e3 \pm 2{,}65e4i$
b) $x_{ss} = 3x10^{-6}$, mediante la aproximación del polo dominante (realmente no es una buena opción en este caso) $\tau = 6{,}9x10^{-4}s$, y $t_{ss} = 4\tau = 2{,}756x10^{-3}s$
c)

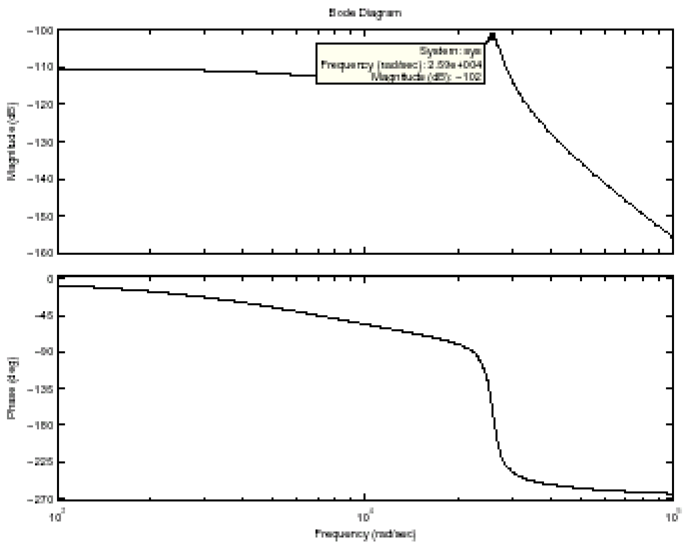
Problema 4: Palm 6.32

A partir del diagrama de Bode, tenemos:

$$\omega_p \approx 2{,}59e4 \ \ rad/s$$
$$2{,}43e4 \geq \omega_b \leq 2{,}72e4 \ \ rad/s$$




Respuesta a un escalón
x10^-6
Amplitude
Tiempo (seg)
x10^-3


Bode Diagram
Magnitude (dB): −102
Magnitude (dB)
Phase (deg)
Frequency (rad/sec)