

2.004: MODELISMO, DINÁMICA Y CONTROL II

Primer trimestre, 2002

LE ROGAMOS TENGA EN CUENTA QUE LOS EJERCICIOS SE ENTREGAN AL COMIENZO DE LA SESIÓN DE PRÁCTICAS (EN LOS 10 PRIMEROS MINUTOS). NO SE ACEPTARÁN TRABAJOS ATRASADOS.

Ejercicios pre-práctica para el experimento 3

Consideraremos la dinámica de una pelota que rebota, con masa m y con gravedad g .

(1) Describa de forma cuantitativa la trayectoria $z(t)$ de la pelota entre cada rebote. Puede suponer que la altura máxima que alcanza es h . ¿Cuál es la forma funcional de la trayectoria?

$$z(t) = \frac{1}{2} g t^2 + v_0 t + z_0 \quad \text{donde } g = -9.8 \text{ m/s}^2, \quad \uparrow +$$

La trayectoria seguida es una parábola cuyas propiedades viene definidas por la posición inicial y la velocidad, así como por la influencia de la gravedad. Dado que la altura máxima que alcanza la pelota es h , podemos utilizar la conservación de energía para determinar el valor de v_0 .

$$\begin{aligned} T_i + P_i &= T_f + P_f \\ \frac{1}{2} m v_0^2 + 0 &= 0 + mgh \\ v_0 &= \sqrt{2gh} \end{aligned}$$

Por lo tanto,

$$z(t) = \frac{1}{2} g t^2 + \sqrt{2gh} t$$

(2) Describa de forma cuantitativa la dependencia de tiempo de la velocidad, $v(t)$, y $a(t)$ de la pelota utilizando el resultado obtenido en el apartado (1).

$$\begin{aligned} v(t) &= d/dt(z(t)) \\ &= g t + \sqrt{2gh} \\ a(t) &= d/dt(v(t)) = d^2/dt^2(z(t)) \\ &= g \end{aligned}$$

de nuevo, g se define como -9.8 m/s^2

(3) Considere que se produce una colisión y suponga que el coeficiente de restitución es e y que la pelota alcanza una altura máxima h antes del impacto. Calcule $v(t)$ y $a(t)$ antes y después del impacto.

Antes del impacto:

↑+

$$v_i = \sqrt{2gh}$$

$$a_i = g$$

Después del impacto:

$$v_f = ev_i = -e\sqrt{2gh}$$

$$a_f = g$$

(4) ¿Cuál es la transferencia de momento como consecuencia del impacto?

$$\begin{aligned}\Delta p &= m(v_f - v_i) \\ &= m(-e\sqrt{2gh} - \sqrt{2gh}) \\ &= -m\sqrt{2gh}(e+1)\end{aligned}$$

↑+

(5) ¿Puede definir el impulso y la fuerza durante el impacto? ¿Qué información necesita para deducir la fuerza generada en el momento del impacto?

El impulso es la variación en momento de la pelota, tal como se ha resultado anteriormente en la pregunta 4.

La fuerza es la variación en momento dividida por el tiempo de contacto en el que cambia el momento. En estos impactos, la duración del contacto es demasiado corta como para que la podamos medir con precisión con los cronómetros.

(6) Modele la trayectoria y los parámetros cinemáticos de la pelota como funciones continuas por segmentos. Sin embargo, dado que la cámara que utilizará para capturar los datos tiene una velocidad de cuadro, los datos se obtendrán en puntos de tiempo discretos. Los datos serán:

$z(t_0), z(t_1), z(t_2), \dots, z(t_n), \dots, z(t_{M-1}), z(t_M)$, where $t_{n+1} - t_n = \Delta t$ is a constant.

¿Cómo calcula $v(t_n)$, $a(t_n)$, $p(t_n)$, y $f(t_n)$?

utilizando a para que el bucle se itere a través de la longitud del vector z (para $n=1:M-1$)

$$v(t_n) = [z(t_{n+1}) - z(t_n)] / \Delta t$$

$$a(t_n) = [v(t_{n+1}) - v(t_n)] / \Delta t$$

$$p(t_n) = m[v(t_{n+1}) - v(t_n)]$$

$$f(t_n) = m[v(t_{n+1}) - v(t_n)] / \Delta t$$