

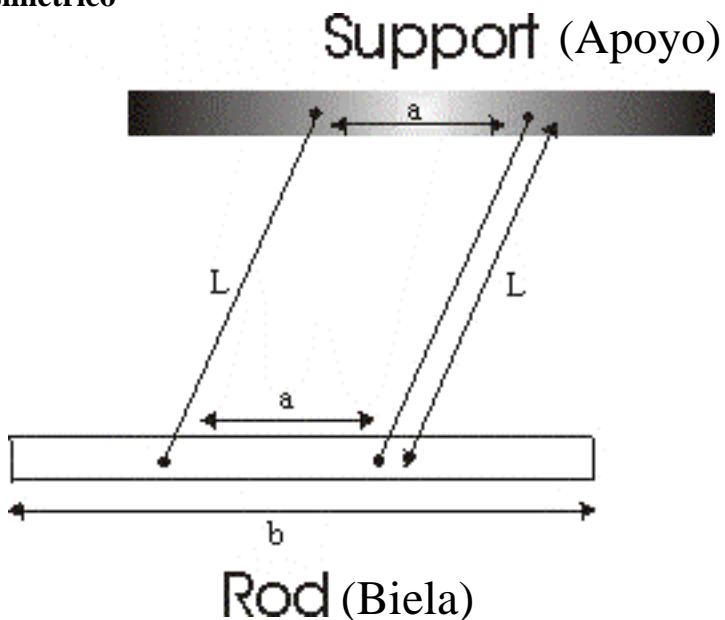
2.004: MODELISMO, DINÁMICA Y CONTROL II

Segundo trimestre, 2003

LE ROGAMOS TENGA EN CUENTA QUE LOS EJERCICIOS SE ENTREGAN AL COMIENZO DE LAS SESIÓN DE PRÁCTICAS (EN LOS 10 PRIMEROS MINUTOS). NO SE ACEPTARÁN TRABAJOS ATRASADOS.

Ejercicio pre-práctica para el experimento 3

(1) Péndulo simétrico

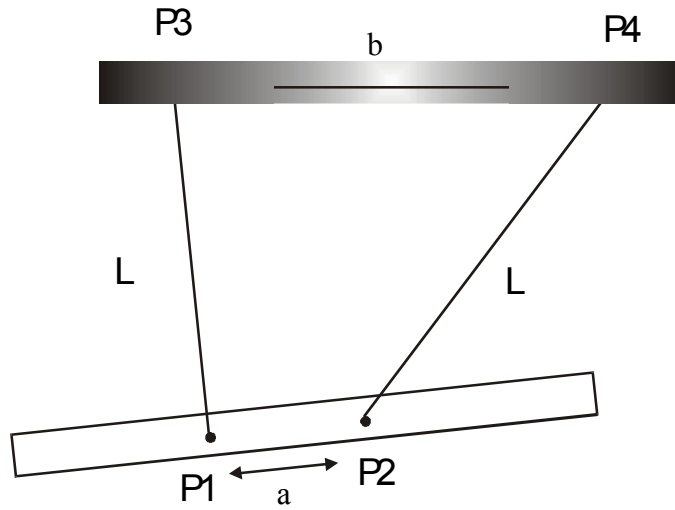


(a) Considere el péndulo de una biela con una longitud b y una masa m , suspendido por dos cuerdas de longitud L , tal como se muestra en la figura. Las cuerdas están separadas por una distancia a en la superficie de apoyo y en la biela. Escriba la ecuación de movimiento para el centro de masa de la biela y deduzca su frecuencia de oscilación natural sin mecanismos de pérdida. Puede omitir la masa de las cuerdas.

(b) Escriba una ecuación que describa la trayectoria del centro de masa en función del tiempo.

(c) A partir de la solución del apartado (b), escriba una ecuación que describa las trayectorias de un extremo de la biela (seleccione cualquiera de los extremos).

(2) **Péndulo asimétrico**

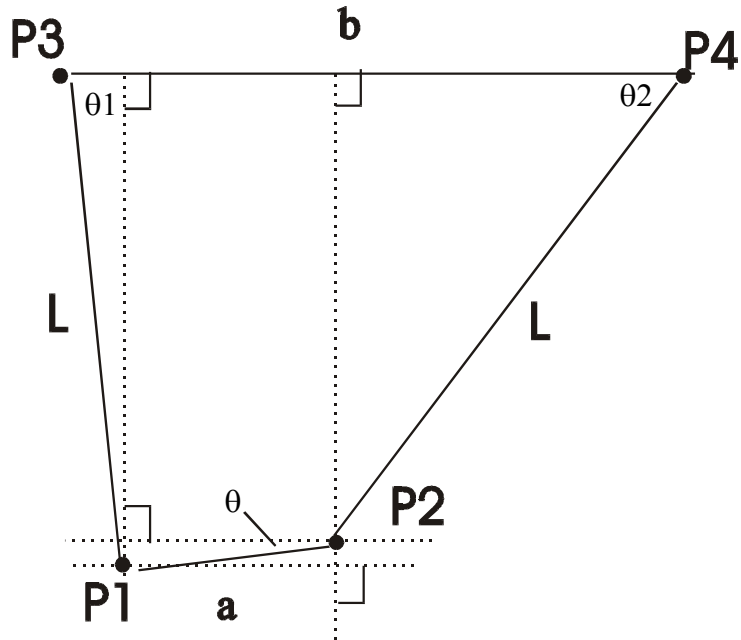


Considere el péndulo de una biela con una masa m , suspendido por dos cuerdas, tal como se indica en la figura. Las cuerdas están separadas por una distancia b en la superficie de apoyo y una distancia a en la biela. Puede omitir la masa de las cuerdas.

(a) Explique por qué el sistema tiene únicamente un grado de libertad.

(b) Considere el caso donde $a = b$ y deduzca la frecuencia natural del péndulo.

(c) A continuación, considere un caso más difícil en el que a es distinto de b . Dado que este sistema sólo tiene un grado de libertad, se puede describir su cinemática mediante una coordenada generalizada. Podemos simplificar la representación de la geometría del sistema en una configuración concreta de la siguiente forma:



Seleccione θ_1 como la coordenada generalizada y exprese la relación entre θ , θ_1, θ_2 .

(d) En la configuración de reposo, los valores de θ_1 y θ_2 son iguales (por simetría) y designaremos los valores de equilibrio de los ángulos θ_1 y θ_2 como θ_0 . Expresar su resultado θ_0 en términos de a , b , y L . Dibuje de nuevo la figura en equilibrio.

(e) Considere una pequeña perturbación del péndulo desde su posición de equilibrio tal que:

$$\theta_1 = \theta_0 + \Delta\theta_1$$

$$\theta_2 = \theta_0 - \Delta\theta_2$$

donde $\Delta\theta_1$, $\Delta\theta_2$ se supone que son pequeños. Además, le proporcionamos las expansiones de Taylor:

$$\sin(\theta_0 \pm \Delta\theta_i) = \sin\theta_0 \pm \Delta\theta_i \cos\theta_0$$

$$\cos(\theta_0 \pm \Delta\theta_i) = \cos\theta_0 \mp \Delta\theta_i \sin\theta_0$$

verifique que $\Delta\theta_1$ y $\Delta\theta_2$ son iguales.

(f) Con referencia a las ecuaciones de centro de masa, fuerza y equilibrio de momento en términos de $\Delta\theta_1$.

(g) Simplifique las ecuaciones de momento en función de $\Delta\theta_1$. Exprese la frecuencia natural de este péndulo en términos de la constante de gravitación g y las constantes geométricas a , b y L .