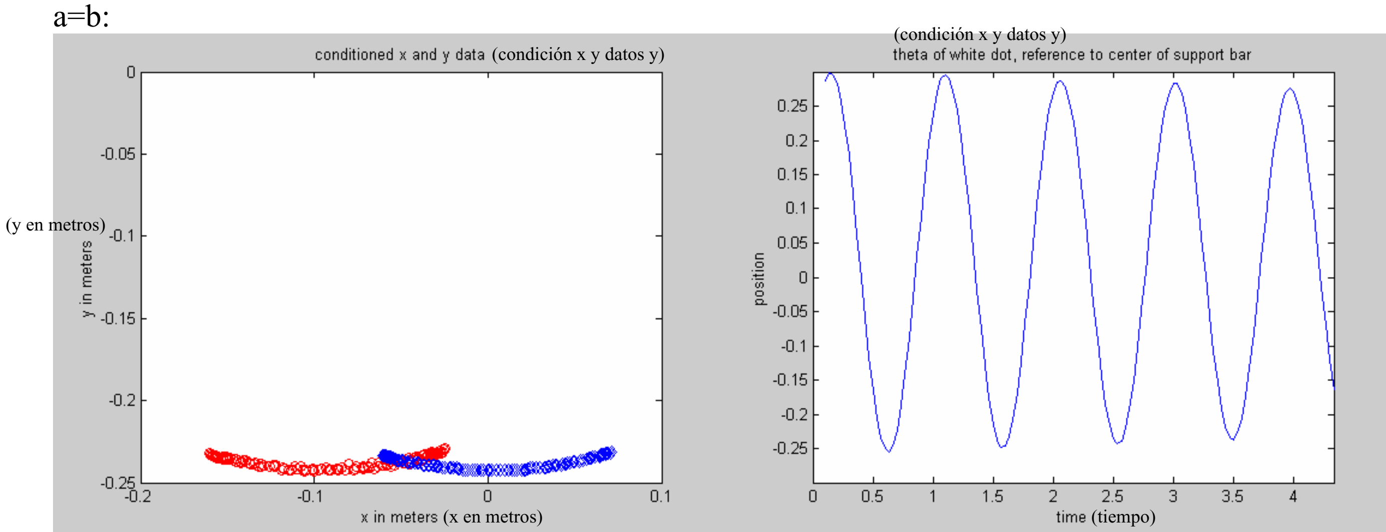
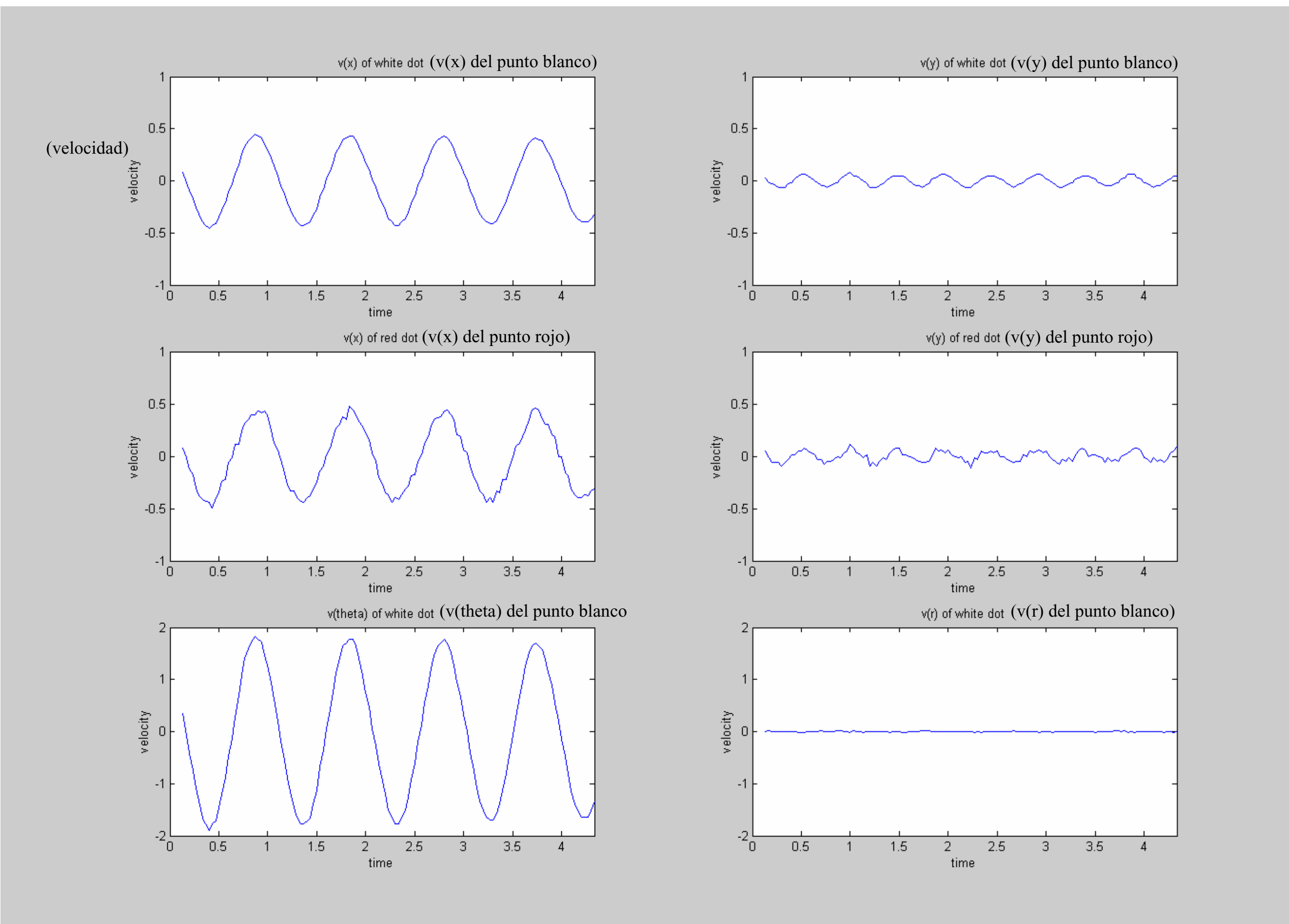
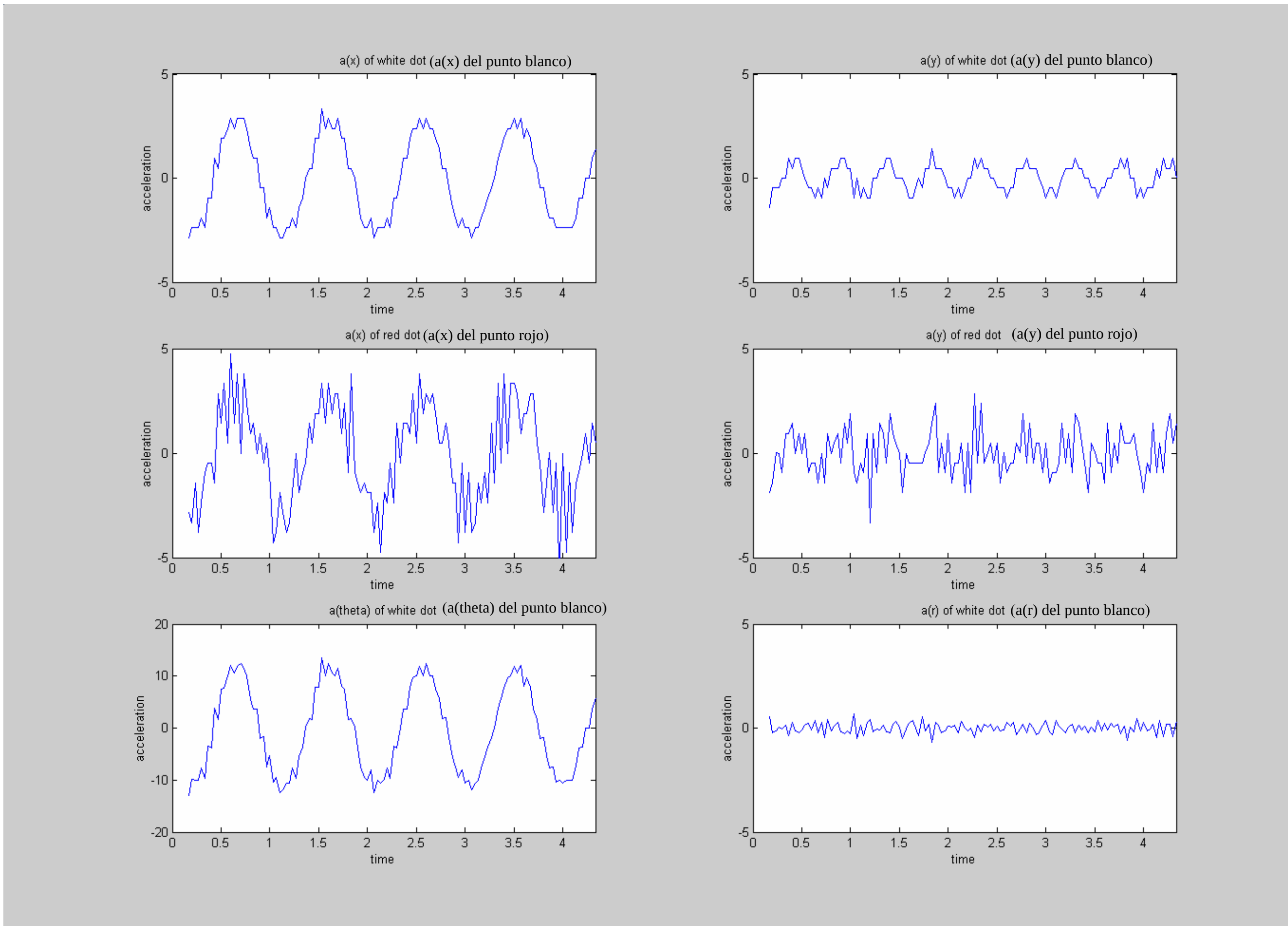
Práctica 3: Péndulo de varilla: dinámica de cuerpos rígidos **Soluciones**

Tarea 0: Se puede hallar el COM suponiendo que exista una masa distribuída uniformemente y haciendo una medición geométrica, o con mayor precisión, hallando el punto en el que la masa está perfectamente equilibrada.

a=b:

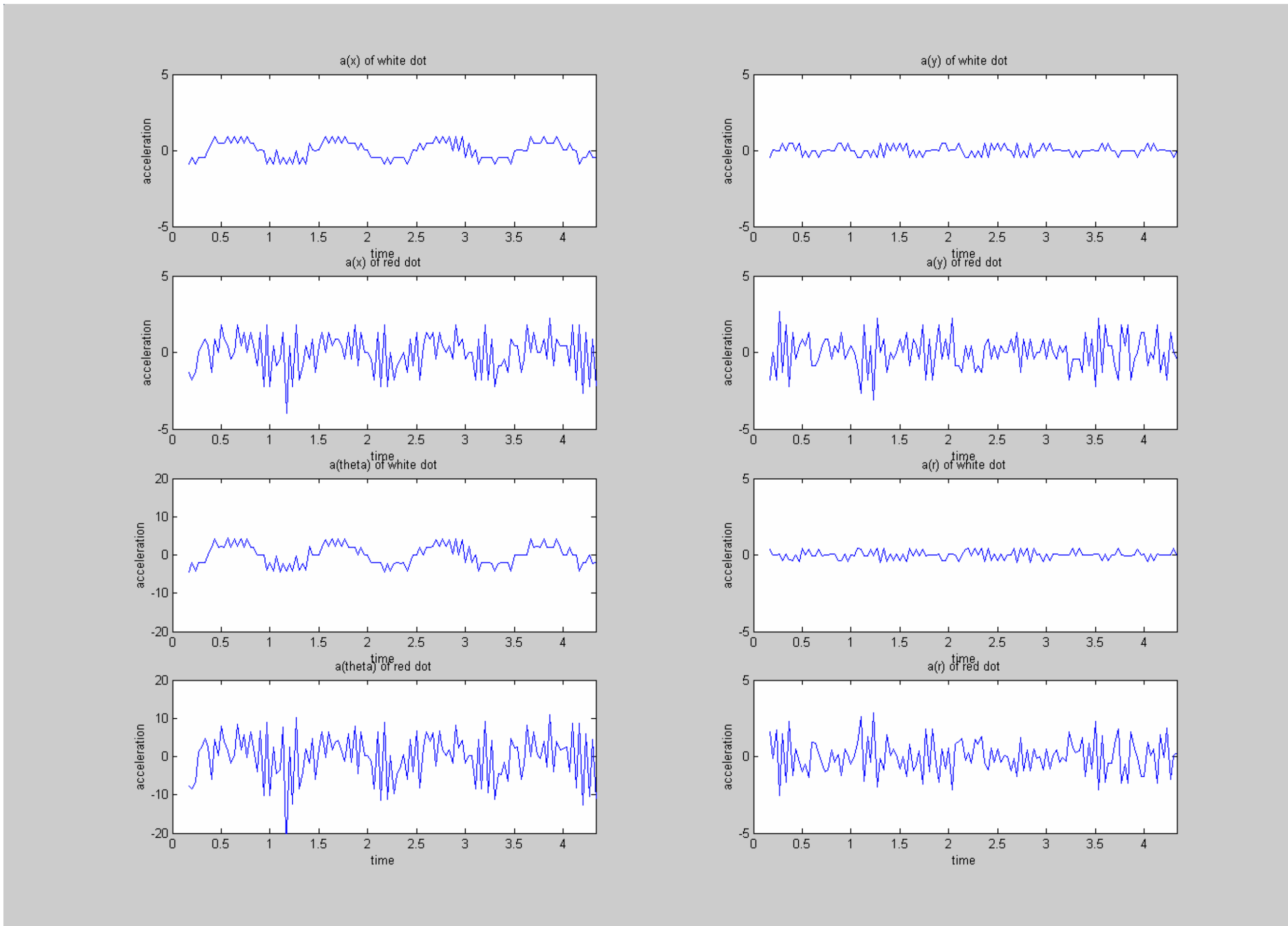






A partir de la pre-práctica, determinamos la frecuencia para sqrt(g/l). Teóricamante, esto significa que la frecuencia de la primera configuración debía haber sido 6.36 rad/sec (muy aproximado).

a<b



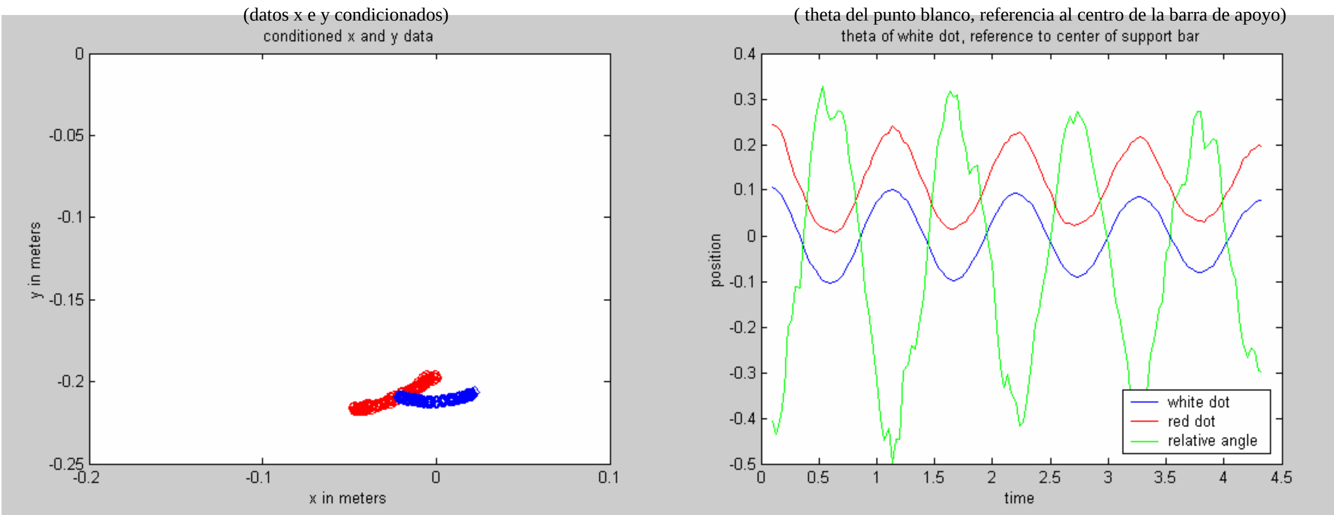
b) los marcadores en las cuerdas están a una distancia de |a/2| del marcador del centro de la masa, y a un ángulo especificado en la pre-práctica mediante las ecuaciones de restricción.

$$L \cos\theta_1 + a \cos\theta + L \cos\theta_2 = b;$$

y

$$L \sin\theta_1 - a \sin\theta = L \sin\theta_2;$$

Además, el punto rojo situado en el pivote de la cuerda tiene una movilidad limitada a un trayecto circular definido por la sección de la cuerda.



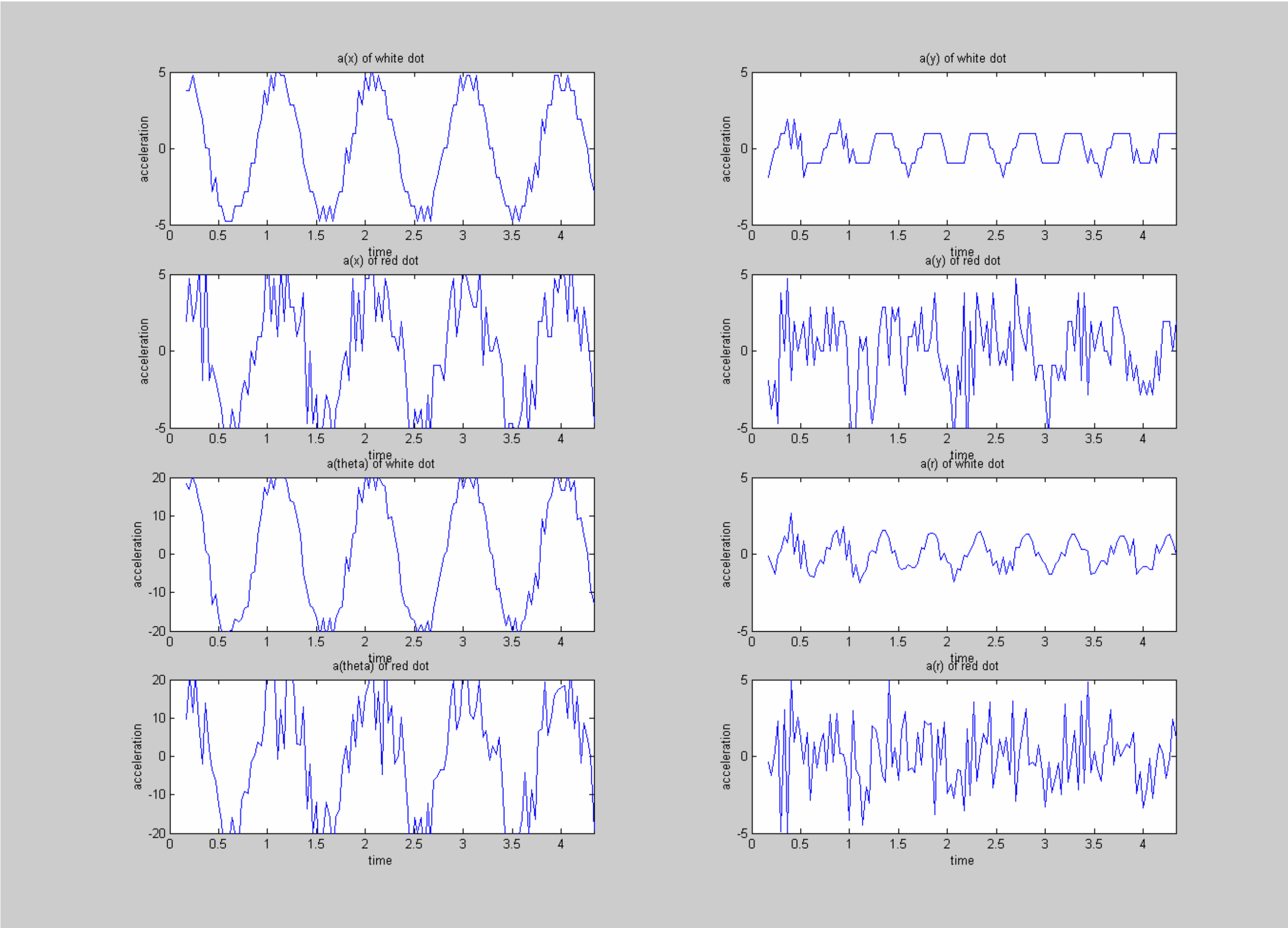
c) La frecuencia natural vendrá dada por la θ del punto blanco que actúa con un sencillo péndulo con una longitud efectiva dada por sqrt(L^2-(b/2-a/2)^2). A partir del diagrama anterior, la longitud es aproximadamente 1 Hz o 6.28 rad/seg. En la pre-práctica, ωn viene dado teóricamente por:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{6 * ga\sqrt{L^2 - (\frac{b}{2} - \frac{a}{2})^2}}{L^2 * (b - a)}}$$, donde b = 20.25cm, a = 2.5cm, L = 23cm, y g = 9.81m/s2.

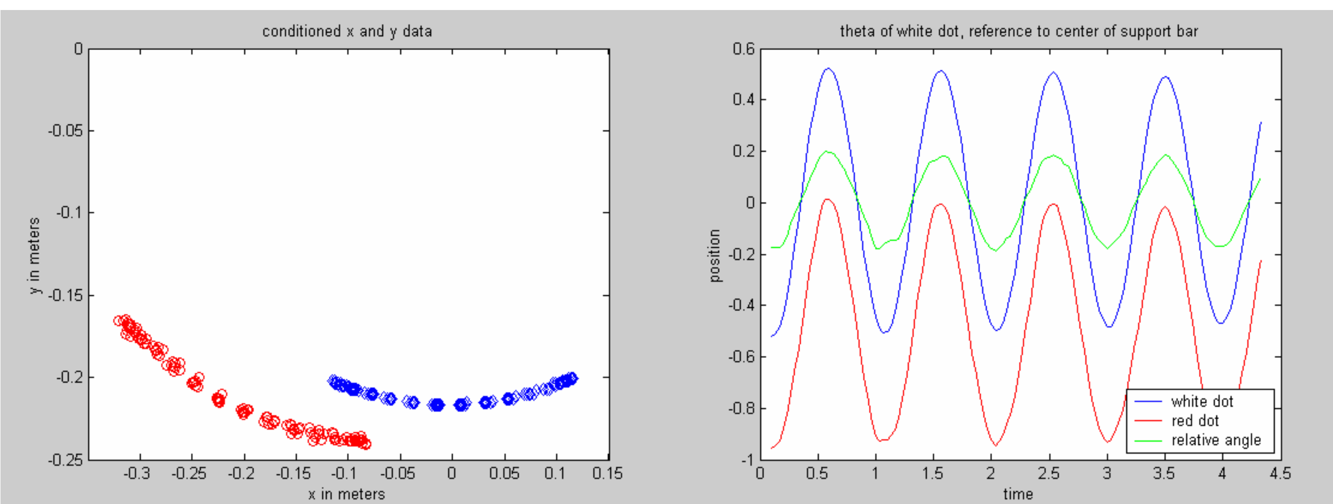
que en este caso no da 5.76 rad/seg. Un resultado que no está nada mal.

d) θ(t) se calculó a partir de los datos, tal como se indica arriba en el diagrama de la derecha. Exactamente se determinó como atan2((yw-yr),(xw-xr)), como puede verse en el código incluído al final de este trabajo. Tiene la misma frecuencia que el movimiento total del centro de la masa, como debería ser dadas las limitaciones geométricas, aunque tiene una mayor amplitud de movimiento.

b<a



b) de nuevo el punto rojo está limitado a un movimiento circular determinado por la longitud de la sección de la cuerda. En ese caso, la magnitud de la distancia del punto rojo al blanco (en el centro de la masa) es a/2, y el ángulo viene dado por las ecuaciones de restricción que se hallaron en la pre-práctica.



c) la frecuencia natural de este sistema es de nuevo aproximadamente 1Hz, o 6.28 rad/seg, lo cual tiene sentido, ya que la longitud de los brazos del péndulo no ha cambiado desde el último ajuste. Utilizando de nuevo el cálculo de la frecuencia natural de la pre-práctica, tenemos:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{6 * gb\sqrt{L^2 - (\frac{a}{2} - \frac{b}{2})^2}}{L^2 * (a-b)}}$$, con b = 5cm, a = 20.5cm, L = 23cm, y g = 9.81m/s^2.

Así, tenemos que ωn = 8.8162 rad/seg. Esto no coincide con nuestras predicciones anteriores, pero recuerde que utilizamos un ángulo pequeño de aproximación para hallar este valor, y, cláramente, el balanceo no se da en un ángulo pequeño según el diagrama anterior.

d) θ(t) se muestra en el diagrama de arriba a la derecha y se halló de la misma forma que en la tarea 1. Aquí observamos una minimización de la amplitud de θ de la barra sobre su COM, si la comparamos con la amplitud de la rotación del COM sobre su punto pivote imaginario.

Preguntas adicionales

1) No, en este sistema no se conserva el momento lineal, ya que la velocidad cambia onstantemente en función dle tiempo.

2) Yes, el péndulo de barra rota cuando a es distinto de b, como se observa en los diagramas de θ. Esto se debe al torque neto de la barra cuando el sistema está en acción.

3) El torque es igual a I_{bar}*θ’’

4) No, no se conserva el momento angular, por la misma razón que en el punto 1)

Adjunto encontrará el código que utilicé para el análisis, el cual es muy similar al de la práctica 4.

```
twocolor;        % ejecute twocolor para analizar los datos

%---------- Preparación de los datos -----------------%
a = 0.205;      %medición de la separación de los puntos blanco/rojo en la barra
b = 0.05;     %medición de la separación de los puntos blanco/rojo en la barra
l = 0.23;       %medición d ela longitud de la cuerda, de pivote a pivote.
leff = sqrt(l^2-(b/2-a/2)^2);  %medición vertical desde el centro del apoyo hasta el
centro de la barra.

%realizar una escala de los datos para una conversión métrica más precisa:
diffx = (xw-xr);
diffx = sum(diffx)/length(diffx);

xrr = xr*a/diffx;
xww = xw*a/diffx;
yrr = yr*a/diffx;
yww = yw*a/diffx;

%a continuación, promedie los datos para resolver
[tav,xrr] = average(tw,xrr,3);
[tav,xww] = average(tw,xww,3);
[tav,yrr] = average(tw,yrr,3);
[tav,yww] = average(tw,yww,3);
```

```
%vuelva a centrar los datos blanco y rojo de forma que (0,0) se encuentre en el centro de cada arco de
%punto, y arriba de la parte inferior del arco del punto blanco por la longitud de la cuerda.
midwx = min(xww) + (max(xww)-min(xww))/2;
xww = xww - midwx;
xrr = xrr - midwx;

midwy = min(yww);
yww = yww - midwy - leff;
yrr = yrr - midwy - leff;

%trace una nueva figura
figure(1)
plot(xrr,yrr,'ro',xww,yww,'bd'), axis([-.35 .15 -.25 0]),
xlabel('x in meters'),ylabel('y in meters'), title('conditioned x and y data')

%halle el ángulo relativo entre el punto rojo y el blanco.
thl = atan2((yww-yrr),(xww-xrr));


%---------- Tarea 1 - Velocidades ----------------%
%a continuación, vuelva a centrar el punto rojo, tal como hicimos con el blanco.
xrr = xrr + a - (max(xrr)-min(xrr))/2;

figure(6)
plot(xrr,yrr,'ro',xww,yww,'bd')

thw = atan2(yww,xww)+pi/2;
rww = sqrt(xww.^2 + yww.^2);

thr = atan2(yrr,xrr)+pi/2;
rrr = sqrt(xrr.^2 + yrr.^2);

figure(2)
plot(tav,thw,'b',tav,thr,'r',tav,thl,'g'),xlabel('time'),ylabel('position'),title('t
heta of white dot, reference to center of support bar')

[dt, dxww] = derivative(tav,xww);
[dt, dyww] = derivative(tav,yww);
[dt, dxrr] = derivative(tav,xrr);
[dt, dyrr] = derivative(tav,yrr);
[dt, dthw] = derivative(tav,thw);
[dt, drww] = derivative(tav,rww);
[dt, dthr] = derivative(tav,thr);
[dt, drrr] = derivative(tav,rrr);
[dt, dthl] = derivative(tav,thl);

figure(3)
subplot(4,2,1)
plot(dt,dxww),xlabel('time'),ylabel('velocity'),title('v(x) of white dot')
axis([0 dt(end) -1 1])
subplot(4,2,2)
plot(dt,dyww),xlabel('time'),ylabel('velocity'),title('v(y) of white dot')
axis([0 dt(end) -1 1])
subplot(4,2,3)
plot(dt,dxrr),xlabel('time'),ylabel('velocity'),title('v(x) of red dot')
axis([0 dt(end) -1 1])
subplot(4,2,4)
plot(dt,dyrr),xlabel('time'),ylabel('velocity'),title('v(y) of red dot')
axis([0 dt(end) -1 1])
subplot(4,2,5)
plot(dt,dthw),xlabel('time'),ylabel('velocity'),title('v(theta) of white dot')
axis([0 dt(end) -2 2])
subplot(4,2,6)
```

```
plot(dt,drww),xlabel('time'),ylabel('velocity'),title('v(r) of white dot')
axis([0 dt(end) -2 2])
subplot(4,2,7)
plot(dt,dthr),xlabel('time'),ylabel('velocity'),title('v(theta) of red dot')
axis([0 dt(end) -2 2])
subplot(4,2,8)
plot(dt,drrr),xlabel('time'),ylabel('velocity'),title('v(r) of red dot')
axis([0 dt(end) -2 2])

figure(4)
plot(dt,dthl),xlabel('time'),ylabel('velocity'),title('relative velocity of white
and red dots')


%---------- Tarea 2 - Aceleraciones --------------%
[ddt, ddxww] = derivative(dt,dxww);
[ddt, ddyww] = derivative(dt,dyww);
[ddt, ddxrr] = derivative(dt,dxrr);
[ddt, ddyrr] = derivative(dt,dyrr);
[ddt, ddthw] = derivative(dt,dthw);
[ddt, ddrww] = derivative(dt,drww);
[ddt, ddthr] = derivative(dt,dthr);
[ddt, ddrrr] = derivative(dt,drrr);

figure(5)
subplot(4,2,1)
plot(ddt,ddxww),xlabel('time'),ylabel('acceleration'),title('a(x) of white dot')
axis([0 ddt(end) -5 5])
subplot(4,2,2)
plot(ddt,ddyww),xlabel('time'),ylabel('acceleration'),title('a(y) of white dot')
axis([0 ddt(end) -5 5])
subplot(4,2,3)
plot(ddt,ddxrr),xlabel('time'),ylabel('acceleration'),title('a(x) of red dot')
axis([0 ddt(end) -5 5])
subplot(4,2,4)
plot(ddt,ddyrr),xlabel('time'),ylabel('acceleration'),title('a(y) of red dot')
axis([0 ddt(end) -5 5])
subplot(4,2,5)
plot(ddt,ddthw),xlabel('time'),ylabel('acceleration'),title('a(theta) of white dot')
axis([0 ddt(end) -20 20])
subplot(4,2,6)
plot(ddt,ddrww),xlabel('time'),ylabel('acceleration'),title('a(r) of white dot')
axis([0 ddt(end) -5 5])
subplot(4,2,7)
plot(ddt,ddthr),xlabel('time'),ylabel('acceleration'),title('a(theta) of red dot')
axis([0 ddt(end) -20 20])
subplot(4,2,8)
plot(ddt,ddrrr),xlabel('time'),ylabel('acceleration'),title('a(r) of red dot')
axis([0 ddt(end) -5 5])
```