

Boletín de problemas 1

Problema 1

En la figura 1 se muestra un aparato experimental con el cual se determinan las características de fricción de distintos materiales. Se libera una masa m con velocidad conocida y se desliza por la muestra de la prueba. Se monitoriza la disminución de velocidad producida por la resistencia de fricción y se utiliza para calcular el coeficiente efectivo de resistencia de viscosidad. Derive la ecuación de movimiento del sistema y determine la constante de tiempo del mismo. Derive una expresión para la velocidad de la masa suponiendo que es liberada con una velocidad inicial v_0 en un tiempo $t = 0$. Si la masa es de 10 Kg., y después de un tiempo de 5.0 segundos la masa está al 50% de su velocidad inicial, determine el valor del parámetro de amortiguación.

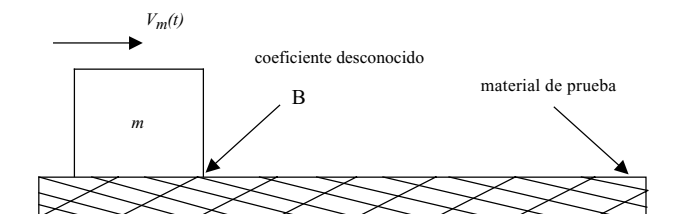


Figura 1: coeficiente de fricción del aparato de prueba

Problema 2

En un proceso de fabricación, un motor pone en funcionamiento una muela de superficie de diámetro d y masa m . La fricción de la pieza de trabajo produce una carga de torsión proporcional a la velocidad de la muela. El motor se acciona mediante una fuente de corriente y produce una torsión proporcional a la corriente de entrada $I_s(t)$. Derive la ecuación diferencial que relaciona la velocidad de la muela con la corriente de entrada. Determine la constante de tiempo del sistema y la velocidad angular de la muela en función del tiempo para la entrada de corriente que se muestra en la figura.

2. Dibuje la respuesta de velocidad angular.

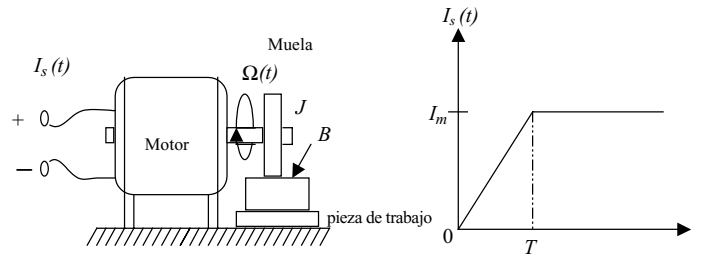


Figura 2: amoladora de superficie y forma de onda de corriente de excitación.

Problema 3

Se diseña un radar de rastreo para seguir el movimiento de un satélite, tal como se muestra en la figura 3. Se necesita un sistema de control automático para posicionar el ángulo ψ de elevación de la antena radar en proporción a una tensión de entrada o de comando v . Se dispone de un *servomotor*, representado en la siguiente ecuación, en el que la inercia de la antena es proporcional a τ_s :

$$\tau_s(d^2\psi/dt^2) + (d\psi/dt) = K_v v_1,$$

donde v_1 es la tensión aplicada al motor.

Se propone que mida ψ mediante un dispositivo eléctrico tal que:

$$v_\psi = K_\psi \psi,$$

y que v_1 sea proporcional al error $v - v_\psi$, donde v es la tensión de entrada:

$$v_1 = K(v - v_\psi),$$

proporcionado de esta forma la señal de posición para conseguir un sistema de control de bucle cerrado.

(a) Halle la ecuación diferencial que relaciona ψ con la entrada v .

(b) Halle la "ganancia de estado estacionario" del sistema $\lim_{t \rightarrow \infty} \psi = (\psi/v)$

(c) Halle la frecuencia natural no amortiguada y la relación de amortiguación de todo el sistema.

(d) Derive una expresión para el valor de K que produzca la respuesta más rápida a un cambio de escalón en v sin exceder el estado estacionario, $(\psi)_{t \rightarrow \infty}$. Calcule el tiempo T para ψ para alcanzar el 90% de $(\psi)_{t \rightarrow \infty}$.

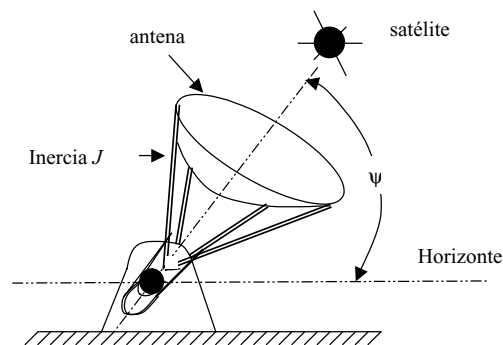


Figura 3