

ES2d[©] Programa de resolución bidimensional de electrostática

Sumario

El ES2d resuelve la ecuación de Laplace en dos dimensiones utilizando una malla rectangular y objetos que se especifican en un archivo de entrada. Utiliza diferencias finitas y el método de sobre-relajación sucesiva (SOR). En este documento se resume su uso.

Contenidos

[1 Athena Locker](#)

[2 Utilización de la línea de comandos](#)

[2.1 Tamaño de la ventana de diagrama](#)

[2.2 Conmutadores](#)

[2.2.1 Establecimiento del conmutador](#)

[3 Archivo de entrada](#)

[3.1 Ejemplo](#)

[3.2 Explicación](#)

[4 Algoritmos](#)

[4.1 Dominio de solución](#)

[4.2 Flujo](#)

[4.3 Medios](#)

[4.4 Trayectorias de partículas](#)

[4.5 Líneas de campo](#)

[5 Mensajes de error](#)

[6 Problemas equivalentes matemáticamente](#)

1 Athena Locker

Este programa está instalado en el locker del curso 22.105. Cuando acceda a una terminal de trabajo de Athena Sun, introduzca el siguiente comando que le dará opción a ejecutar el programa:

```
add 22.105
```

Si desea examinar archivos que se encuentran en el locker, puede acceder a ellos mediante el comando:

```
cd /mit/22.105
```

En el directorio `/mit/22.105/inputfiles/` encontrará varios ejemplos de archivos de entrada que podrá utilizar como plantillas para sus propios archivos. Además, puede ejecutar esos historiales especificando el nombre del archivo (*filename*), incluyendo la ruta, en el comando de ejecución (*run command*). No trate de realizar esto en el propio locker, ya que es posible que no tenga autorización para utilizarlo.

2 Utilización de la línea de comandos

Llame al programa mediante la siguiente línea de comandos:

```
es2d filename
```

donde *filename* es el nombre del archivo de entrada que describe la distribución del objeto.

ES2d leerá en el archivo, establecerá el dominio de solución, resolverá la ecuación de Laplace:

$$\nabla^2 \phi = 0$$

para el potencial, trazará los contornos de ϕ y evaluará el flujo del campo eléctrico ($-\nabla\phi$) a través de los contornos que éste construye alrededor de todo objeto inconexo.

El flujo correspondiente a una malla rectangular es:

$$\int -\nabla\phi \wedge d\mathbf{l}$$

alrededor del contorno, que es igual a:

$$\int -\nabla\phi \cdot d\mathbf{S}$$

sobre una superficie que extiende la unidad de longitud en la dirección ignorable (z -). Por lo tanto, es el flujo de campo por unidad de longitud. Para la malla cilíndrica (r,z), el flujo es:

$$\int 2\pi r (-\nabla\phi) \wedge d\mathbf{l}$$

lo que equivale al flujo total del objeto. El flujo se utiliza junto con el teorema de Gauss para obtener la carga de los objetos cuando se especifica su potencial.

Cuando se completan los cálculos, ES2d espera una entrada. Si lo primero que usted hace es golpear una tecla del teclado, ES2d cerrará sus ventanas de diagrama y finalizará. Si hace algo más, como por ejemplo mover el ratón, solamente conseguirá que el programa ES2d finalice de manera adecuada si hace clic con el botón izquierdo del ratón en la ventana de diagrama. (También puede pulsar las teclas Esc + Ctrl-C).

2.1 Tamaño de la ventana de diagrama

Si desea modificar el tamaño de la ventana de diagrama, puede añadir por ejemplo el argumento siguiente a la línea de comandos:

```
-geometry 800x600
```

o añadir una línea a su archivo `.Xresources` o `.Xdefaults`, en la computadora que esté ejecutando su Xserver. La sintaxis es la siguiente:

```
Accis.geometry: 800x600+400+0
```

Donde el valor 800x600 se refiere al tamaño de la ventana que debería mantenerse en una razón de 4 a 3, y +400+0 al la posición offset de la ventana en pantalla. Si realiza esto una vez haya iniciado su sesión X, no se aplicarán los cambios hasta que no indique la orden:

```
xrdb .Xdefaults
```

suponiendo que esté utilizando el archivo `.Xdefaults`.

2.2 Conmutadores

Los conmutadores de la línea de comandos deben añadirse después del nombre del archivo (*filename*). Por ejemplo:

```
es2d filename.ext -setup
```

2.2.1 Establecimiento del conmutador

Hace que ES2d trace solamente el establecimiento, indicando la posición de los puntos de malla, y que *no* resuelva la ecuación. A veces, esto resulta útil para ahorrar tiempo y recursos informáticos cuando se ajusta el archivo de entrada para proporcionar los objetos deseados.

3 Archivo de entrada

3.1 Ejemplo

El formato del archivo de entrada, que se puede preparar utilizando un editor de archivos, es tal y como se indica en el siguiente ejemplo:

```
60,70 ,rz ; Size of mesh (maximum 100x100). rz => cylindrical coords.
14 ; Switch[sum] print ps(2)||eps(3) edge markers(4) flux indicators(8)
2 ; Number of closed objects to read from this file
5.,0. ; A point (x,y) outside all objects.
4 ; Start of First object description. Number of points in this object
0.,0.,.5 ; x, y, and potential value for this point.
1.,0.,.5 ; x, y, and potential value for each point.
1.,1.,.8 ;... 0.,1.,.8
-1 ; Number of points in next object. -1 means draw ellipse
.5,.5, .4,.2, 0. ; One line for ellipse: center(x,y), axes a, b,
potential
media ; if present, causes a section describing media to be read next.
1 ; Number of media sections.
4 , 10 ; Number of points in this medium section, relative
permittivity.
-.1,-.1 ; x, y for this point etc ...
1.1,-.1
1.1,1.1
-.1,1.1 ; end of media section.
fieldlines ; if present, this lower case word
causes fieldlines to be plotted.
particles ; the optional word particles indicates we want to launch
particles.
2 ; Number of particles to launch
.3,.6, .5, 1.,.5, 1. ; Position(x,y),energy, Direction(vx,vy), charge.
.
.8,.7, .2, -1.,-.5, -1.
```

3.2 Explicación

Cada línea del archivo de entrada puede contener comentarios insertados después de “;”. La última línea debería finalizar con una nueva línea. Los números enteros no deberían contener comas decimales.

- Línea 1: dos enteros que proporcionan el tamaño de la malla en las direcciones x e y, seguidos por una palabra que indica si el dominio es cilíndrico (si la palabra es “rz”) o

rectangular (de otro tipo). El dominio rectangular se ocupa de situaciones que son independientes del tercer eje cartesiano, z . En el caso del dominio cilíndrico, el eje x traza un mapa al radio, r , y el eje y a la coordenada longitudinal, z . Todas las cantidades son independientes del ángulo acimutal, θ , por lo que, por ejemplo, los objetos se pueden considerar como superficies de revolución.

- Línea 2: un conmutador entero cuyos bits determinan el comportamiento de la forma siguiente:
 - Bits 1 y 2: creación de un archivo de trazado (*plotfile*), plot001.ps. 0 (00) ninguno, 1 (01) hpgl archivo de formato, 2 (10) postscript, 3 (11) postscript encapsulado.
 - Bit 3: añade marcadores a los puntos contiguos a los límites si se establecen.
 - Bit 4: muestra el contorno utilizado para calcular el flujo a través de las superficies de los objetos. Ubica cajas a lo largo del contorno proporcional en tamaño al flujo en ese punto. Ejemplos: 14=8(mostrar contorno)+4(añadir marcadores)+2(trazar postscript). 3=trazado encapsulado. 0=no existen marcadores o trazados.
- Línea 3: el número entero de los objetos para leer. Si es cero, ejecute un caso de prueba.
- Línea 4: una posición de vector (real) que el usuario proporciona y que se encuentra fuera de todos los objetos. Asegúrese de que así sucede.
- Línea 5: en número entero de vértices en el primer objeto, n .
- Líneas 5+1 a 5+n: tripletes de reales que consisten en la posición (x,y) [o (r,z) si el dominio es cilíndrico] de la ubicación del vértice y en el valor potencial en ese vértice. El último vértice puede coincidir con el primero. De no ser así, el objeto se cerrará mediante la unión del primer y último vértice facilitados.
- Línea 5+n+1: el número de vértices en el segundo objeto. Si el número es -1 , interprete la siguiente línea como si definiese una elipse, proporcionando el centro, las longitudes de medio ejes y el potencial.
- ... etc.
- La palabra opcional “media” (medios) que aparece inmediatamente después de los objetos provoca la lectura y utilización de una o más secciones del medio dieléctrico.
- La sintaxis de las secciones de los medios es igual que la de los objetos, excepto que la constante dieléctrica relativa se especifica en la misma línea que el número de vértices y no se especifica ningún potencial en los vértices.
- La palabra opcional “fieldlines” (líneas de campo) hace que se dibujen las líneas de campo procedentes del primer objeto. Un entero opcional, que justo sigue a la palabra que va después de uno o más espacios, determina el número de líneas de campo. El valor por defecto (*default*) es 20.
- La palabra opcional “particles” (partículas) provoca que las líneas sucesivas se interpreten como indicando la posición: x,y ; la energía cinética inicial se divide por la carga de la partícula (es decir, en eV para una partícula cargada por separado); la dirección inicial se

interpreta como un vector v_x, v_y (no tiene por qué ser normalizado) y, generalmente, la carga se interpreta como $+1$ ó -1 .

4 Algoritmos

4.1 Dominio de solución

El dominio de solución en el que se va a ubicar una malla se selecciona como un rectángulo lo suficientemente grande como para contener todos los objetos. Por lo tanto, a menudo, el objeto más remoto podría ser un rectángulo que definiere el límite. Otra forma de definir el tamaño de la malla es utilizando objetos sólo con un punto, que se tratan como objetos nulos, pero que deben seguir ubicados dentro de la malla. Por consiguiente, mediante la definición de dos objetos nulos de un punto ubicados en esquinas opuestas de la malla, se puede definir cualquier tamaño de la malla que sea mayor que el de los objetos no nulos. La condición de contorno en el límite de la malla trata de imitar el comportamiento que tendría lugar en el caso de que la malla formase parte de un dominio infinito, aunque no puede hacer eso exactamente.

Los objetos pueden tener potenciales constantes o variados en los vértices. El potencial constante corresponde a un conductor electrostático. Si el potencial es distinto en los vértices adyacentes del mismo objeto, se considera que varía linealmente a lo largo del contorno que los une.

Se considera que un dominio cilíndrico que se extiende a valores negativos de r indica que se desea un trazado de la región de r negativo (“negative r ”) (que quiere decir en sentido estricto que $\theta = \pi$) con propósitos estéticos o de localización de partículas. El potencial se resuelve únicamente en la región r positiva y se aplican las condiciones analíticas de contorno en $r = 0$. La solución de la región negativa es simplemente el reflejo exacto en la línea $r = 0$ de la región positiva. Las partículas se pueden localizar a través de la línea $r = 0$. Se considera que todas las partículas tienen velocidad θ cero [actualmente].

Se considera que los puntos son externos o internos a la región de la solución primaria, según sean números impares o pares de intersecciones de contorno con una línea que una el punto con el punto externo que se facilita. Por consiguiente, es posible eliminar una región de un objeto superponiendo un segundo objeto a éste. Sin embargo, este enfoque puede dar lugar pronto a un *patchwork* muy complicado de regiones que el programa no puede identificar explícitamente como objetos inconexos. Por lo tanto, aparte de ubicar el límite de un objeto alrededor de la región de solución y, posteriormente, incluir objetos separados dentro de éste, se debería evitar la superposición de objetos si se requiere el flujo total de cada objeto.

4.2 Flujo

El flujo a través de distintos objetos se calcula y se imprime en la consola, existiendo una línea para cada objeto. Para asegurar el cálculo correcto y preciso del flujo, debería haber al menos uno, o mejor dos, puntos de malla entre las superficies de objetos adyacentes a distintos potenciales. En el caso de una configuración que consista en dos objetos, uno dentro del otro, los dos flujos deberían ser iguales y opuestos, ya que las integrales de la superficie evaluadas son internas para uno y externas para el otro. Generalmente, se calcula el flujo para un contorno que se encuentra en la región primaria de solución (es decir, la región con un número impar de inserciones entre éste y el punto externo). Si se observa que el flujo es excesivamente pequeño, que sería el caso si se dibujase el contorno dentro de un objeto conductor de campo cero, ES2d utilizará en su lugar el otro lado del límite del objeto para el contorno.

4.3 Medios

Una sección media es una región en la que se especifica la permitividad relativa ϵ , y uniforme. Cualquier región que no se encuentre dentro de la región media tiene un valor $\epsilon = 1$. Debería evitarse la superposición de regiones medias ya que produciría resultados impredecibles. La ecuación resuelta sigue siendo la ecuación de Laplace dentro de las secciones medias. Sin embargo, la condición de contorno en un límite entre distintos medios es que el componente normal de $\nabla(\epsilon \Phi)$ es continuo, al igual que Φ (y por lo tanto, el componente tangencial de $\nabla\Phi$).

4.4 Trayectorias de partículas

La trayectoria de una partícula solamente depende de: (1) el potencial, (2) la energía inicial dividida por la carga y, (3) la posición inicial y la dirección. La trayectoria se halla resolviendo la ecuación diferencial de movimiento mediante la integración a lo largo de la trayectoria. Se selecciona automáticamente un salto en el tiempo que sea lo suficientemente corto para proporcionar una precisión razonable para la integración a lo largo de la trayectoria, pero que sea lo suficientemente largo como para alcanzar el final de la trayectoria. Generalmente, la trayectoria finaliza cuando la partícula abandona el dominio de solución o, en concreto, si se haya atrapada en un pozo potencial, cuando acaba la longitud de la serie.

4.5 Líneas de campo

Las líneas de campo se localizan utilizando el mismo enfoque numérico, un integrador de la ecuación diferencial de Runge-Kutta, excepto que la ecuación de movimiento en su caso es distinta. También se siguen hasta que abandonan el dominio espacial o agotan el almacenamiento de líneas. Las líneas de campo no abandonan el dominio si terminan en un conductor en el que no existe gradiente potencial. En su lugar, simplemente dejan de moverse una vez que ha entrado en el conductor y la cantidad depende de la rutina de interpolación y de los efectos de diferencia finita en

el límite. Por supuesto, en realidad, las líneas de campo terminan exactamente en la superficie de los conductores.

5 Mensajes de error

Si ocurre un error en la lectura del archivo, compruebe los errores tipográficos en el formato de los números de entrada, en concreto, alguna coma en lugar de un punto por equivocación o viceversa.

Si se dan mensajes de error del contorno interno o externo, compruebe que no ha colocado los límites de los objetos demasiado cerca los unos de los otros.

Si se dan mensajes de choques entre mallas y objetos, cambie el número de puntos de malla para que no suceda.

Si se dan mensajes acerca de que no se ha hallado un punto interno, intente desplazar la malla o el objeto para asegurarse de que existe un punto de malla dentro de éste.

Probablemente, los avisos excepcionales acerca del punto flotante no sean importantes.

Algunos X-servers (VMS) han proporcionado un error que indicaba “Bad Match” cuando se utilizaba XSetInputFocus. Le ruego me lo comuniquen en el caso de que le suceda esto.

6 Problemas matemáticamente equivalentes

Puesto que ES2d simplemente resuelve la ecuación de Laplace con condiciones de contorno específicas, es también de utilidad en el caso de cualquier problema que se pueda moldear en esta forma. Entre los ejemplos se incluyen:

- Problemas de conducción térmica o eléctrica estacionaria. En este caso, la propiedad del medio se puede considerar como conductividad y la solución se da para el potencial electrostático o la temperatura.
- Problemas magnetostáticos en espacio libre ($\nabla \wedge \mathbf{B} = 0$).
- Corriente de fluido intacta.