

Instituto Tecnológico de Massachusetts
Departamento de Ingeniería Eléctrica e Informática

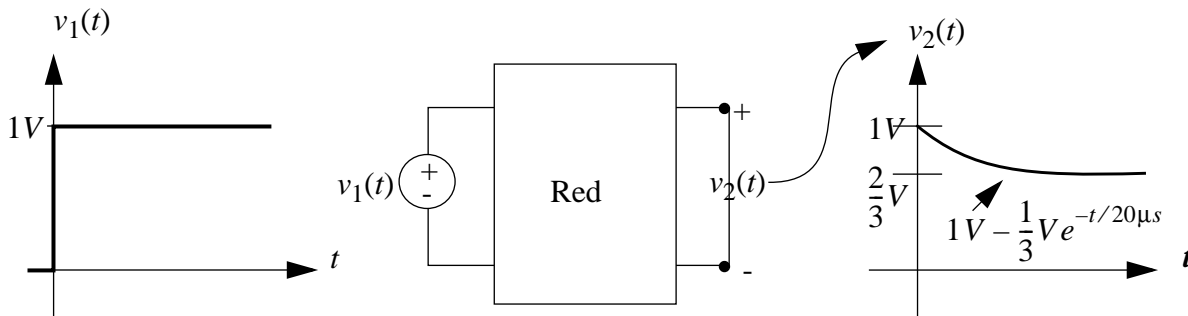
6.002 - Circuitos electrónicos
Otoño 2000

Tarea para casa 9
Boletín F00-045

Fecha de distribución: 2/11/2000 - Fecha de entrega: 15/11/2000

Leer el capítulo 15.

Ejercicio 9-1: utilizando un condensador de 3-nF y dos resistencias, construya una red que tenga la siguiente respuesta de etapa cero a una entrada de escalón de 1-V. Proporcione un diagrama de la red y especifique los valores de las dos resistencias.



Ejercicio 9-2: ejercicio 4, capítulo 15.

Ejercicio 9-3: considere un sistema lineal invariable en el tiempo. Suponga que su respuesta de estado cero a un escalón unitario en $t = 0$ es $A(1 - e^{-t/\tau})$. ¿Cuál sería su respuesta de estado cero a la entrada $S + Mt$, aplicada en $t = 0$, donde S y M son constantes?

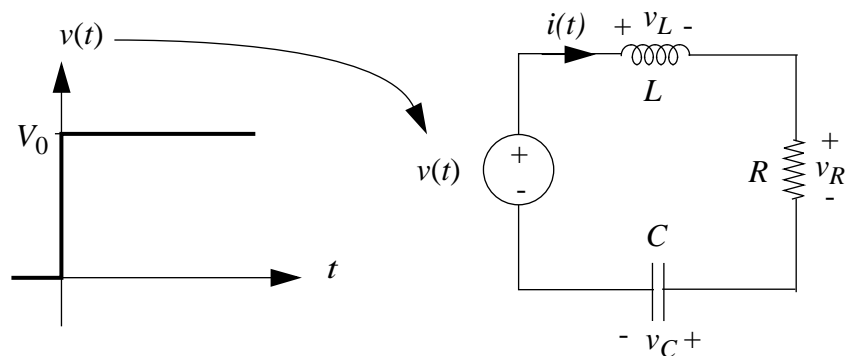
Problema 9.1: problema 6, capítulo 15.

Problema 9.2: en la red que se muestra más adelante, la bobina de inductancia y el condensador tienen estados cero previos a $t = 0$. En $t = 0$ se aplica un escalón en la tensión desde 0 a V_0 mediante la fuente de tensión, tal y como se indica.

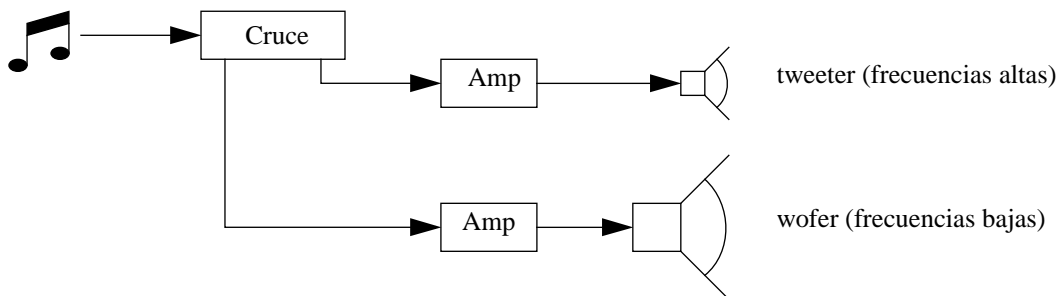
- Halle v_C, v_L, i y $\frac{di}{dt}$ en $t = 0$
- Argumente que $i = 0$ en $t = \infty$, de forma que $i(t)$ no tiene un componente constante.
- Halle una ecuación diferencial de segundo orden que describa el comportamiento de $i(t)$ para $t \geq 0$.

- d) Siguiendo el apartado b, la corriente $i(t)$ toma la forma $i(t) = Ie^{-\alpha t} \sin(\omega t + \phi)$. Halle I , ω , ϕ , y α . Sugerencia: halle primero ω y α a partir de la ecuación diferencial y, a continuación, halle I y ϕ a partir de las condiciones iniciales. Puede elegir también cualquier otro método para resolver este problema.
- e) Suponga que la entrada es un impulso de tensión con un área Λ_0 (en voltios-segundos), donde $\Lambda_0 = \tau V_0$, V_0 es la amplitud del escalón de tensión que se muestra más adelante y τ es una constante de tiempo dada. Halle la respuesta de la red (a continuación) al impulso. Sugerencia: antes de resolver directamente este problema, considere la relación entre las respuestas a escalón y a impulso.

Guarda una copia las respuestas de este problema, ya que le serán de utilidad en los ejercicios de pre-práctica para la práctica 3.



Problema 9.3: James está construyendo un sistema estéreo y necesita ayuda. Tiene que tomar la salida de su cassette de 8 pistas y, de algún modo, dividirlo en frecuencias altas y bajas antes de enviar las señales a los amplificadores MOSFET que construyó el mes pasado y, a continuación, a sus altavoces. Por lo tanto, les pide ayuda a Bo y Amanda. Una rápida búsqueda en la red les conduce al sitio <http://www.eatel.net/~amptech/elecdisc>, donde aprenden más de lo querían acerca del audio para coches y los cruces electrónicos. Amanda le dice, "Todo lo que necesitas es una resistencia y una bobina en serie. Elimina las frecuencias altas de una y las bajas de la otra". Después se marcha para trabajar en su boletín de problemas del curso 6.002. Por desgracia, a James se le olvidó preguntarle qué elemento debía conectar a su wofer de baja frecuencia y cual a su tweeter de frecuencias altas.



Más adelante a la izquierda se muestra la red que sugirió Amanda. Para nuestros fines, se acciona la red en estado estacionario mediante la tensión de entrada sinusoidal $v_i(t) = V_i \cos(\omega t)$, donde V_i es real. Las salida de la red son las tensiones a través de la la resistencia y la bobina, $v_{ar}(t) = |V_{ar}| \cos(\omega t + \angle V_{ar})$ y $v_{al}(t) = |V_{al}| \cos(\omega t + \angle V_{al})$, donde $|V_{ar}|$ y $|V_{al}|$ indican la amplitud y $\angle V_{ar}$ y $\angle V_{al}$ indican la fase de números complejos V_{ar} y V_{al} . Halle la amplitud y fase en función de ω , para V_{ar} y V_{al} como se indica a continuación:

- a) Utilizando las expansiones de las series de Taylor para e^{jx} , $\cos(x)$ y $\sin(x)$, muestre que $e^{jx} = \cos(x) + j\sin(x)$. Siguiendo esto, reconozca que $\cos(x) = \text{Re}\{e^{jx}\}$.
- b) Halle la magnitud y fase de $A + Bj$. Exprese $A + Bj$ y $\frac{1}{A + Bj}$ en la forma polar.
- c) Halle las ecuaciones diferenciales que pueden resolverse para $v_{ar}(t)$ y $v_{al}(t)$.
- d) Siguiendo el apartado a, sea $v_i(t) = \text{Re}\{V_i e^{j\omega t}\}$. Además, sea $v_{ar}(t) = \text{Re}\{V_{ar} e^{j\omega t}\}$ y $v_{al}(t) = \text{Re}\{V_{al} e^{j\omega t}\}$, donde V_{ar} y V_{al} son funciones complejas de ω . Con estas sustituciones, utilice la ecuación diferencial correspondiente para hallar V_{ar} y V_{al} . Sugerencia: recuerde que en las ecuaciones diferenciales podemos suprimir la notación $\text{Re}\{ \}$ hasta el final.
- e) Siguiendo los apartados a y b, halle la magnitud y fase para V_{ar} y V_{al} , en función de ω y V_i .
- f) Dibuje y marque claramente la dependencia de $\log\left(\left|\frac{V_{ar}}{V_i}\right|\right)$ y $\angle\frac{V_{ar}}{V_i}$, y $\log\left(\left|\frac{V_{al}}{V_i}\right|\right)$ y $\angle\frac{V_{al}}{V_i}$ respecto a $\log\left(\frac{\omega L}{R}\right)$.

Identifique las asíntotas de baja y alta frecuencia en cada dibujo.

- g) La frecuencia del punto de ruptura para un diagrama es una frecuencia en la que se cruzan sus asíntotas de frecuencias altas y bajas. Halle la frecuencia del punto de ruptura para los diagramas del apartado f). (Para un filtro paso bajo, su salida es casi constante por debajo de esta frecuencia, mientras que por encima de ésta, su salida disminuye al aumentar la frecuencia. La situación se invierte en el caso del filtro paso alto).
- h) ¿Qué terminales deberían conectarse al tweeter de alta frecuencia y cuáles al wofer de baja frecuencia? Analice cualitativamente, pero físicamente, como actúan las salidas como filtros paso alto y paso bajo.
- i) Entretanto, Bo sugiere la red de la derecha que se indica a continuación. Después de una fuerte disputa, James obtiene las siguientes ecuaciones que gobiernan el comportamiento de $v_{br}(t)$ y $v_{bc}(t)$:

$$\frac{V_{br}}{V_i} = \frac{j\omega RC}{1 + j\omega RC}, \text{ y } \frac{V_{bc}}{V_i} = \frac{1}{1 + j\omega RC}.$$

Comparando estas ecuaciones con las halladas en el apartado d), determine cómo utilizaría James dicho circuito como su cruce. Nota: no haga nada complicado con estas ecuaciones, simplemente saque conclusiones a partir de las similitudes con su respuesta anterior. Le invitamos a que comente la ubicación del punto de ruptura para el circuito de Bo.

